



STAHLBETONANALYSE 21

von Prof. Dr.-Ing. Richard Rojek

Teil 3:

Ergänzungen zu Teil 1

(Tragverhalten ohne Stegbewehrung)



VORWORT

Nach dem bisherigen Bearbeitungsstand war geplant, das gesamte Forschungsprogramm *Stahlbetonanalyse 21* in neun Teilen durchzuführen.

Leider konnten während der restlichen aktiven Arbeitszeit des Verfassers keine weiteren Forschungsfördermittel für die noch offenen Teile des Forschungsprogramms akquiriert werden. Das Angebot des Verfassers, in seinem Ruhestand weitere Forschungsprojekte unentgeltlich zu betreuen, wie dies bereits an anderen Hochschulen praktiziert wurde, lehnte der damalige Präsident der Hochschule Augsburg ab.

Der Verfasser hat sich daher rund 14 Jahre nach seiner Versetzung in den Ruhestand dazu entschlossen, die *Stahlbetonanalyse 21* nun mit einem dritten Teil vorläufig abzuschließen, in dem in der Fachliteratur vorgestellte Versuchsdurchführungen und -auswertungen bezüglich ihrer praktischen Bedeutung untersucht, sowie Ergänzungen und kleinere Modifikationen Bezug nehmend auf den ersten Teils der *Stahlbetonanalyse 21* durchgeführt werden.

Nach diesem Stand umfasst das gesamte Forschungsprogramm nun folgende zehn Teile:

- Teil 1: Tragverhalten ohne Stegbewehrung (2003) ✓
- Teil 2: Tragverhalten mit Stegbewehrung - Grundfälle (2008) ✓
- Teil 3: [Ergänzungen zu Teil 1 \(2024\)](#) ✓
- Teil 4: Versuche ohne sowie mit minimierter Stegbewehrung
- Teil 5: Versuche mit herkömmlicher Stegbewehrung
- Teil 6: Versuche mit achsparalleler Stegbewehrung
- Teil 7: Tragverhalten vorgespannter Bauteile
- Teil 8: Versuche mit vorgespannten Bauteilen
- Teil 9: Tragverhalten mit Stegbewehrung - Sonderfälle
- Teil 10: Zusammenfassung mit Bemessungsvorschlägen.

Es ist offen, ob - und wenn ja, wann und von wem - einer oder mehrere weitere Teile des Projekts ausgearbeitet werden.

Uffing am Staffelsee, im Oktober 2024



INHALT

	Seite
1. Einleitung	7
2. Versuchsparameter und Praxis	34
2.1 Gleichmäßig verteilte Belastung.....	10
2.2 Einzellasten	12
3. Grenztragfähigkeiten bei Endauflagern	10
3.1 Entstehung des kritischen Stegrisses an Endauflagern	10
3.2 Modifikationen.....	12
3.3 Das Teilsystem S.....	12
3.4 Das Teilsystem R.....	12
4. Grenztragfähigkeit bei Innenauflagern und bei Momentennullpunkten	22
5. Überprüfung der Ergebnisse	22
5.1 Qualitative Überprüfung	34
5.2 Quantitative Überprüfung	37
6. Möglichkeiten minimierter Stegbewehrungen	84
7. Zusammenfassung	84
Literatur, Bezeichnungen	87
Impressum	149

1. EINLEITUNG

Das Ziel der *Stahlbetonanalyse 21* besteht darin, mit Hilfe von Rissbildanalysen das tatsächliche Tragverhalten von Stahlbetonkonstruktionen zu erforschen (kein Modell, sondern die Wirklichkeit).

Im Teil 1 der *Stahlbetonanalyse 21* [21.1] wurde an Hand zahlreicher Versuche mit biegebeanspruchten Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung, die bereits in der Fachliteratur dokumentiert waren, aufgezeigt, welche Zugspannungen die jeweils entstandenen Betonrisse bzw. Betonrissabschnitte verursacht haben. Auf diese Weise konnten physikalisch eindeutig begründete Bemessungsregeln entwickelt werden.

Dabei zeigte sich, dass nicht alle einschlägigen Versuche geeignet sind, das Tragverhalten von Stahlbetonkonstruktionen, wie sie in der Praxis überwiegend gebräuchlich sind, hinreichend genau zu beschreiben. Deshalb wird im vorliegenden Teil 3 der *Stahlbetonanalyse 21* zunächst aufgezeigt, welche Parameter bei einschlägigen Versuchen hauptsächlich variiert wurden und welche davon am besten mit der Praxis korrelieren.

Für praxiskonforme Versuchsanordnungen konnte Im Teil 1 der *Stahlbetonanalyse 21* [21.1] u. a. gezeigt werden, wie das typische Versagensbild *in der Nähe von Endauflagern* entsteht. Es entwickelt sich zunächst ein näherungsweise halbparabelförmig verlaufender Riss (mit einem kurzen Übergang zu einer Gegenkrümmung über der Biegezugbewehrung), wie er beispielhaft im *Bild 1* im Versagenszustand eines Versuchsbalkens aus einem Forschungsprojekt des Verfassers [1] zusehen ist.

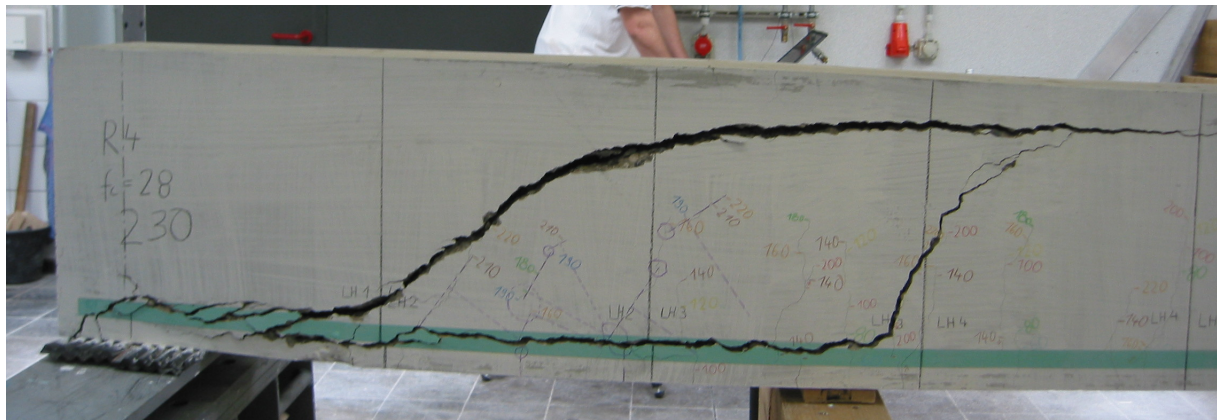


Bild 1: Kritischer Stegriss des Balkens R 4 aus [1]

Bei Versuchsbalken mit gleichmäßig verteilter Belastung und Schlankheiten l/d zwischen ungefähr 10 und 20 versagen bei zunehmender Belastung nacheinander die zwischen den Biegerissen verlaufenden geneigten Stegzugstreben mit fünf sich klar unterscheidenden Zuständen, die entsprechend als Zustände II.1 bis II.5 bezeichnet wurden, s. Kapitel 4.1 in [21.1]. Daraus resultiert der im *Bild 1* zu sehende, als „kritischer Stegriss“ bezeichnete Riss. Er unterbindet das weitere direkte Zusammenwirken der Tragwerksbereiche über und unter diesem Riss und es entstehen zwei getrennt wirkende Teilsysteme.

Diese Teilsysteme wurden in [21.1] „Zustand II.6“ und „Zustand II.7“ genannt. Diese Bezeichnungen können irreführend sein, da sie implizieren, dass zuvor nacheinander alle Zustände II.1 bis II.5 vorhanden sein mussten und der „Zustand II.7“ erst entsteht, nachdem der „Zustand II.6“ seine Tragfähigkeitsgrenze erreicht hat. Beides trifft jedoch nicht zu, wie im Weiteren genauer begründet wird. Darüber hinaus hat sich bei der Beschreibung der

Wirkungsweise der beiden Teilsysteme jeweils eine weitere Ungenauigkeit eingeschlichen. Entsprechende Modifikationen werden im vorliegenden Teil 3 der *Stahlbetonanalyse 21* ausgearbeitet.

Bei der Bearbeitung des Teils 1 der *Stahlbetonanalyse 21* standen dem Verfasser noch keine Versuchsergebnisse zur Verfügung über mehrfeldrige Stahlbetontragwerke ohne Stegbewehrung unter Gleichlast. Die Spannungssituation solcher Tragwerke im Bereich von Innenstützen wurde daher hilfsweise durch Analogien von Versuchen mit Einzellasten abgeleitet. Da inzwischen entsprechende Versuche in der Fachliteratur vorgestellt wurden, können nunmehr Grenztragfähigkeiten im Bereich von Innenstützen und Momentennullpunkten mit Versuchsergebnissen begründet werden.

Die erarbeiteten Ergebnisse werden noch qualitativ und quantitativ mit positiven Ergebnissen überprüft.

Die genaue Kenntnis der Versagensursachen nach Lage und Größe bietet schließlich noch die Möglichkeit, neuartige minimierte Bewehrungsformen zu entwickeln.

2. VERSUCHSPARAMETER UND PRAXIS

Die in der Praxis mit Abstand häufigste Anwendung biegebeanspruchter Stahlbetontragwerke ohne Stegbewehrung besteht aus Konstruktionen mittlerer Schlankheit mit gleichmäßig verteilter Belastung. Will man überprüfen, inwieweit analytisch erarbeitete Ergebnisse durch Versuchsergebnisse bestätigt werden, so sollte man zunächst sicherstellen, dass Versuch und Analyse die gleiche, praxiskonforme Konstellation abbilden - im vorliegenden Fall also gleichmäßig verteilte Belastung.

Einschlägige Versuche wurden zahlreich durchgeführt und ihre Ergebnisse sind in der Fachliteratur dokumentiert. Da aber die Versuchseinrichtung für gleichmäßig verteilte Belastungen deutlich aufwendiger ist als bei der Verwendung von Einzellasten, werden die meisten Versuche mit Einzelbelastung durchgeführt und es stellt sich die Frage, inwieweit die unterschiedlichen Versuchsanordnungen die Praxis abbilden. Dies wird im Folgenden überprüft.

Dabei werden außer der Art der Belastung auch geometrische Einflüsse wie die Schlankheit der Versuchskörper sowie deren statische Systeme berücksichtigt.

2.1 Versuche mit gleichmäßig verteilter Belastung

Um diese Variante beispielhaft zu überprüfen, sind zunächst die in [2] von *Leonhardt* und *Walther* vorgestellten, gut dokumentierten Versuchsergebnisse besonders geeignet. Dort wird u. a. eine Versuchsreihe mit sieben gleichmäßig belasteten, einfeldrigen Stahlbetonbalken mit gleichem Querschnitt, aber unterschiedlichen Längen vorgestellt.

2.1.1 Mäßig schlanke Balken mit frei drehbaren Endauflagern

Aus dieser Versuchsreihe zeigt das *Bild 2* die Rissbilder der Versuchsbalken 11/1, 12/1, 13/1 und 14/1 mit Schlankheiten l/d (Stützweite l zu statischer Nutzhöhe d) von 5,2, 7,3, 9,2 und 11, also mäßig schlanke (gedrungene) Balken. Ihre Bruchlasten haben 275,5, 202,5, 139,0 bzw. 107,0 kN betragen.

Obwohl alle vier Versuchsbalken den gleichen Querschnitt mit der gleichen Zuggurtbewehrung aufweisen und somit nach der gebräuchlichen Stegbemessungsmethode die gleiche Bruchlast haben müssten, variiert diese mit dem Faktor von rund 2,5. Die Verfasser von [2] haben deshalb schon vor rund 60 Jahren darauf hingewiesen, dass die damals übliche Bemessung mit einer nur von den Querschnittswerten abhängigen Schubspannung τ_0 keine zufrieden stellenden Ergebnisse liefern kann. Trotzdem gilt diese Bemessung in etwas abgewandelter Form auch heute noch; bisher als Querkraft $V_{Rd,ct}$ und inzwischen wieder als Schubspannung ($\tau_{Rd,c}$).

Die Rissbildanalyse lässt erkennen, dass Risse, die zum Versagen geführt haben, einer Bogenform folgen. In blauer Farbe sind im *Bild 2* mögliche Druckbögen hinterlegt, die mit Hilfe der unten eingelegten Bewehrung ihr Gleichgewicht finden. An den rot nachgezeichneten Rissabschnitten ist eindeutig zu erkennen, dass bei allen vier Beispielen tatsächlich ein solches Druckgewölbe an der Lastabtragung beteiligt war und in Folge der zugehörigen Querkzugspannungen zu Rissen und dadurch zum Versagen geführt hat. In diesem Tragsystem gibt es jedoch keine Schubspannungen, da es keine Biegemomente gibt.

Bei den Balken 11/1, 12/1 und 13/1 sind jeweils zwei Versagensbereiche vorhanden, die alle aus Betonausbrüchen bestehen und somit auf von hohen Druckspannungen verursach-

ten Spaltzugspannungen zurückzuführen sind. Dadurch haben zunächst die Druckbögen in Scheitelnähe versagt (direkt im Scheitelbereich hat die Belastung den Spaltzugspannungen entgegengewirkt), worauf sich das System neben dem Auflager auf die Bewehrung abstützen wollte und dort einen weiteren Bruch verursachte. Der große Unterschied zwischen den erreichten Bruchlasten resultiert aus den unterschiedlich großen Bogendruckkräften, die wiederum auf die zunehmende Stützweite bei gleich bleibender Stichhöhe zurückzuführen sind. Es ist daher bei gedrunenen Balken nicht möglich, die Tragfähigkeit ohne den Einfluss der Stützweite mit einer einzigen Größe wie z. B. einer ohnehin nicht vorhandenen Querkraft oder Schubspannung zu bestimmen.

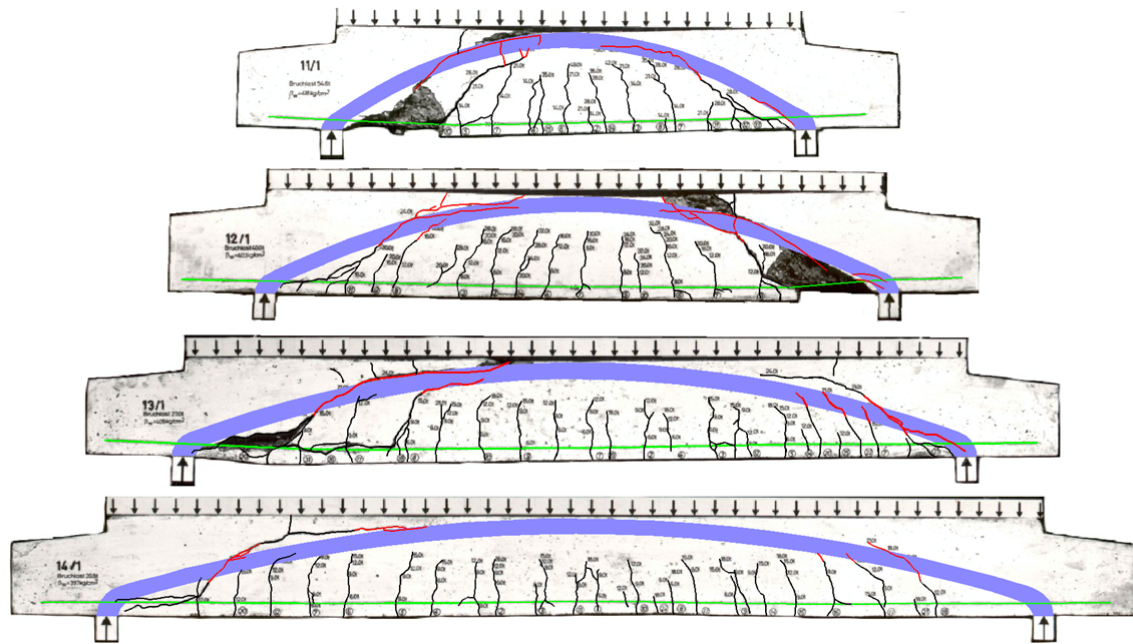


Bild 2: Balken 11/1 bis 14/1 aus [2] mit überlagerten Druckbögen

Es sind allerdings auch Risse vorhanden, die durch Biegebeanspruchung entstanden sind. Sie sind daran zu erkennen, dass sie die Richtung ändern, wenn ein Rissabschnitt durch geneigte Stegzugstreben verursacht wurde (vgl. Bild 2). Es haben sich also jeweils beide Tragsysteme - *Biegung* und *Bogen mit Zugband* - an der Lastabtragung beteiligt. Wie groß die jeweiligen Anteile waren, lässt sich aus dem jeweiligen Einzelergebnis nicht ableiten. Versuche mit gedrunenen Baukörpern sind somit nicht geeignet, das Tragverhalten biegebeanspruchter Stahlbetonkonstruktionen ohne Stegbewehrung zutreffend zu beschreiben und sollten daher auch nicht in Datenbanken berücksichtigt werden, die dazu verwendet werden, die Sicherheit solcher Konstruktionen zu überprüfen.

Auf Grund des Rissbilds kann jedoch davon ausgegangen werden, dass beim Versuchsbalken 14/1 diese zusätzliche Tragwirkung als vernachlässigbar klein eingestuft werden kann. Vor diesem Hintergrund ermöglichen die im Bild 2 wiedergegebenen Versuchsbalken keine quantitative Aussage über die Tragfähigkeit biegebeanspruchter Stahlbetonbalken und auch nicht über diejenige von Bögen mit Zugbändern. Von reiner Biegetragwirkung kann mit hinreichender Genauigkeit ausgegangen werden, wenn Tragwerke mit gleichmäßig verteilter Belastung eine Schlankheit von $l/d \geq 10$ aufweisen. Dieser Wert kann somit auch als Grenzwert zwischen gedrunenen und schlanken Tragwerken betrachtet werden.

Die betrachtete Versuchsserie zeigt, dass bei gleichmäßig verteilter Belastung das Tragsystem *Bogen mit Zugband* deutlich höhere Tragfähigkeiten aufweist als rein auf Biegung be-

anspruchte Systeme. Die Verfasser von [2] weisen in diesem Zusammenhang darauf hin, dass (freie !) Bögen mit Zugband empfindlich sind auf halbseitige Belastung und bei diesem Lastfall geringere Bruchlasten haben könnten als bei Volllast. Gegen diese Bedenken spricht jedoch, dass die Bögen im vorliegenden Fall durch den umgebenden Beton gehalten werden sowohl gegen örtliche vertikale Verformungen als auch gegen Längsverschiebungen. Entsprechende Versuche gibt es wohl bis heute nicht.

2.1.2 Balken mittlerer Schlankheit mit frei drehbaren Endauflagern

Die zuvor betrachtete Versuchsserie mit einfeldrigen Stahlbetonbalken ohne Stegbewehrung bei gleichmäßig verteilter Belastung aus [2] wird ergänzt durch die Balken 15/1, 16/1, 17/1 und 17/2 mit Schlankheiten ℓ / d von 14,7, 18,3 und 22. Alle drei Balken sind gemeinsam im *Bild 4.5* von [21.1] wiedergegeben, der Balken 15/1 wird in den folgenden Kapiteln detailliert behandelt. Sie weisen mittlere bis große Schlankheiten auf und **entsprechen damit den in der Praxis üblichen Konstruktionen**. Die Bruchlasten erreichten 95,5, 96,3, 87,5 und 87,0 kN; sie liegen relativ nah beieinander.

Der Balken 17/1 versagte auf Biegedruck in Feldmitte, bevor sich ein kritischer Stegriss bildete. Bei den übrigen drei Versuchsbalken entstand jeweils ein kritischer Stegriss. Dieser führte beim Balken 15/1 zum Versagen auf Zug. Bei den restlichen beiden Balken ist der gesamte Bereich des kritischen Stegrisses stark zerstört. Man kann daraus schließen, dass das System kurz hintereinander zunächst auf Zug und dann auf Druck versagte.

Wie in [21.1] gezeigt wurde, entsteht der kritische Stegriss durch das Versagen der geneigten Stegzugstreben, die Teil der Biegebeanspruchung sind. Dies bestätigt, dass Versuchskörper mit **mittleren bis großen Schlankheiten und gleichmäßig verteilter Belastung** den in der Praxis gebräuchlichen Tragsystemen für Stahlbetonkonstruktionen ohne Stegbewehrung entsprechen und somit die zugehörigen Versuchsergebnisse geeignet sind, deren Tragverhalten zutreffend zu prognostizieren.

Das Tragverhalten von Systemen mittlerer Schlankheit mit frei drehbaren Endauflagern unter gleichmäßig verteilter Belastung wird daher im Folgenden ausführlicher untersucht. Wie die beiden Versuchsbalken 17/1 und 17/2 zeigen, liegt bei deren Schlankheit von $\ell / d \approx 22$ auch die Grenze, dass das Stegtragverhalten die Bruchsicherheit bestimmen kann.

2.1.3 Mehrfeldrige Balken

Als der Teil 1 der *Stahlbetonanalyse 21* [21.1] ausgearbeitet wurde, standen dem Verfasser noch keine Versuchsergebnisse zur Verfügung, die das Tragverhalten mehrfeldriger Stahlbetonbalken ohne Stegbewehrung unter gleichmäßig verteilter Belastung im Bereich von Innenstützen gezeigt hätten. Es konnte lediglich unterstellt werden, dass sich die Lasteinleitung in Innenstützen analog verhält zur Belastung durch Einzellasten.

Tue et al. legten inzwischen mit [3] und [4] entsprechende Versuchsergebnisse vor. *Bild 3* zeigt daraus Rissbilder von Balken im Versagenszustand, bei denen an ein kurzes Einzelfeld ein längerer Kragarm anschließt mit gleichmäßig verteilter Belastung. In allen Fällen ist die Versagensstelle gut zu erkennen, die in der Zeichnung jeweils hervorgehoben wird durch die ihn erzeugende Rückhängekraft R_i (rot), sowie durch die Druckstrebe (blau), die sie vor ihrem Versagen gemeinsam mit der Biegebewehrung im Gleichgewicht gehalten hatte.

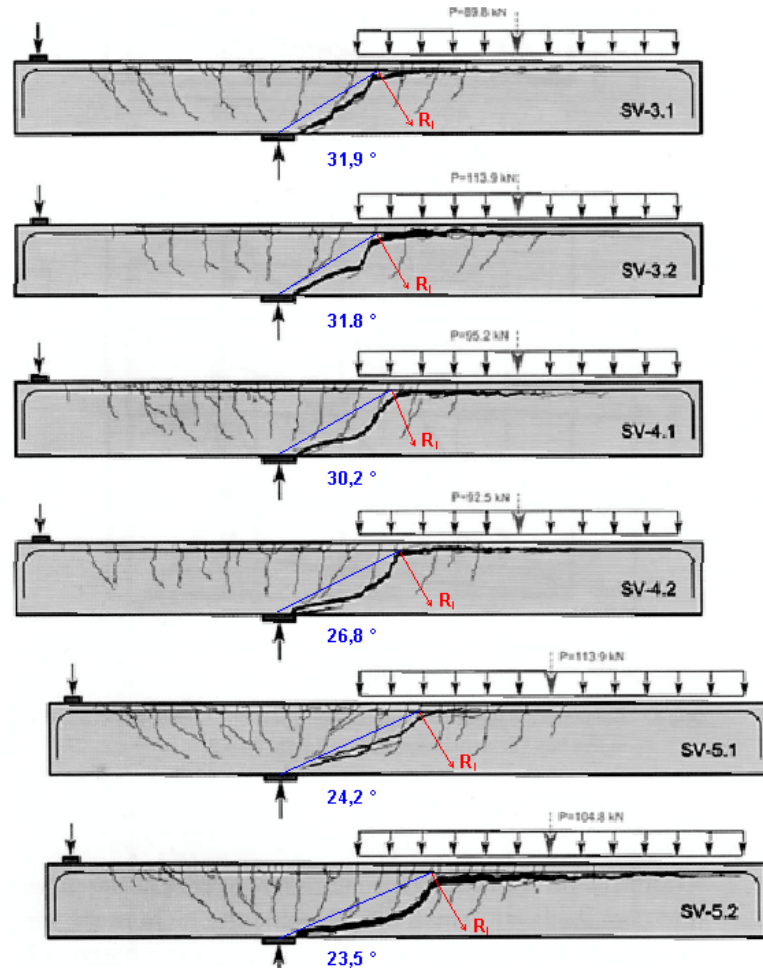


Bild 3: Balken SV-3.1 bis SV-5.2 aus [3] mit eingetragenen Zug- und Druckstreben

Die Auflagerdruckstreben weisen Neigungen zwischen ca. 24° und 32° auf. Man liegt für die Bestimmung der Tragfähigkeit hinreichend auf der sicheren Seite, wenn man die Druckstrebenneigung mit 30° zu Grunde legt, da die Belastung, die zwischen dem Versagensriss und dem Auflager einwirkt, über Druckspannungen direkt in das Auflager geleitet werden.

Nicht nachvollziehbar erscheint im Übrigen die Angabe der Verfasser, dass sich bei einigen Versuchsbalken ein Sprengwerk eingestellt haben soll. Wie soll ein Sprengwerk mit den gleichmäßig verteilten Lasten ein Gleichgewicht gebildet haben?

Mit dem Versuchsbalken SV-6 in [3] (identisch mit SV-6.1 in [4]) und den weiteren Balken SV-6.2, SV-7.1, SV-7.2 und SV-8 in [4] wurden fünf weitere formgleiche Versuchskörper vorgestellt, die aus einem längeren Einzelfeld mit gleichmäßig verteilter Belastung und einem einseitig anschließenden kurzen Kragarm mit einer Einzellast am Trägerende bestanden, s. Bild 4. Sie unterschieden sich lediglich geringfügig in den Bewehrungsdurchmessern bzw. -festigkeiten. Die obere Längsbewehrung über den Innenstützen war jedoch in allen Balken identisch.

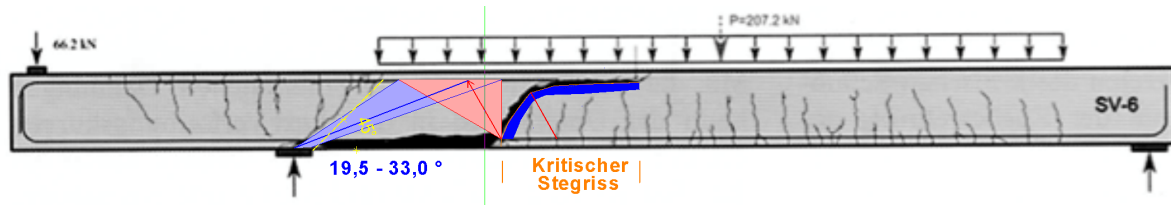


Bild 4: Zweifeldriger Balken SV-6 aus [3] mit Zug- und Druckfeld sowie dem Druckgurt des Teilsystems R unter dem kritischen Stegriss

Beim Vergleich der Ergebnisse fällt am meisten auf, dass die Balken an verschiedenen Stellen versagten. So fand der Bruch bei den Balken SV-6(1) und SV-6.2 neben dem Momentennullpunkt im Feldbereich und bei den übrigen drei Balken zwischen dem Momentennullpunkt und der Innenstütze statt. Wo im Einzelfall der Bruch stattfindet, hängt von der Verteilung der Biege- bzw. Kräfteinleitungsrisse ab, da sich der Versagensriss immer neben einem solchen Riss einstellt. Das Größenverhältnis der in den Versuchen frei gewählten Kragarmbelastung zur Feldbelastung hatte bei den Balken SV-6(1) und SV-6.2 zur Folge, dass die Biege- und Kräfteinleitungsrisse über der Stütze auf einen vergleichsweise kleinen Bereich begrenzt waren und daher im Bereich des Momentennullpunkts noch eine rissefreie Zone zur Verfügung stand für ein Druckfeld zur Einleitung der Feldbelastung in die Stütze.

Nach den vorgelegten Ergebnissen ist das Versagen nicht im Stütz- sondern im Feldbereich neben dem Momentennullpunkt zu erwarten, wenn die Rissbildung über der Stütze nicht die im *Bild 4* gelb gestrichelt eingezeichnete 45°-Linie überschreitet. Der Versagensriss stellt sich dann am ersten Riss in Folge der Feldmomente neben dem Momentennullpunkt ein - also ungefähr im Abstand d .

Es handelt sich somit um die Bruchvariante, die im Kapitel 4.7 von [21.1] beschrieben wurde am Beispiel des Versuchsbalkens 66/1 aus [5], der genau so reagierte wie im vorliegenden Fall, obwohl er mit Bügeln ausgestattet war.

Dem Bruchbild kann man entnehmen, dass - ganz ähnlich wie an frei drehbaren Endauflagern - ein kritischer Stegriss entstanden war. Bei der Ermittlung der Bruch-Rückhängekraft ist zu beachten, dass der über dem kritischen Stegriss befindliche Belastungsanteil nicht auf das Teilsystem R unter dem kritischen Stegriss wirkt und daher nicht Teil der Bruchlast ist.

Für die praktische Bemessung dürfte die Frage, ob der Bruch im Bereich des Innenauflegers oder in der Nähe des Momentennullpunkts stattfindet, ohne größere Bedeutung sein, da in beiden möglichen Fällen die vom Beton aufzunehmende Rückhängekraft gleich groß sein dürfte. Mit den vorgelegten Versuchsergebnissen lässt sich dies leider nicht ganz eindeutig klären, da die Versagensrisse nicht genau genug ablesbar sind.

2.2 Versuche mit Einzellasten

Wie bereits erwähnt, werden auf Grund der einfacheren Versuchseinrichtung die meisten Versuche zur Überprüfung des Stegtragverhaltens mit Einzellasten durchgeführt und die Ergebnisse mit Schubspannungen (früher τ_0 , zukünftig $\tau_{Rd,c}$) oder - wie bisher - mit Querkraften ($V_{Rd,c}$) beschrieben.

Ebenso wie bei den Versuchen mit gleichmäßig verteilter Belastung bietet es sich für die Betrachtung von Versuchen mit Einzellasten vorrangig an, auf [2] zurückzugreifen. Dort werden u. a. die Ergebnisse von 10 Versuchsbalken vorgestellt, die mit ihren Rissbildern in [21.1] in den Abschnitten 4.4 und A.5 wiedergegeben wurden. Sie haben alle den gleichen Querschnitt wie die unter 2.1.1 und 2.1.2 betrachteten Balken und weisen Längen zwischen 0,90 und 5,80 m auf. Die Belastung besteht jeweils aus einem symmetrisch zur Balkenmitte angeordneten Paar von Einzellasten.

Wie bei den Versuchen mit gleichmäßig verteilter Belastung sind auch im vorliegenden Fall drei unterschiedliche Versagensursachen zu erkennen. Während diese bei den gleichmäßig belasteten Balken deren Schlankheit l/d zugeordnet werden können, besteht bei der Belastung mit Einzellasten der entsprechende Parameter aus dem Verhältnis a/d , wobei a der Abstand der Einzellast zum nächst gelegenen Auflager ist.

2.2.1 Mäßig schlanke Balken mit frei drehbaren Endauflagern

Die Versuchsbalken 1 bis 4 aus [2] weisen für das Verhältnis a/d Werte zwischen 1,0 und 2,5 auf. Die Rissbilder zeigen eindeutig, dass die Belastung über **Sprengwerke mit Zugbändern** abgetragen wurde. Die Grenztragfähigkeiten wurden erreicht, als die von den geneigten Druckstreben verursachten Querkzugspannungen (Spaltzugspannungen) die Betonzugfestigkeit erreichten. In den Lasteinleitungsbereichen laufen die Spaltrisse nicht in den Bereich der hohen Druckspannungen, sondern daran vorbei und münden an den Belastungsrändern in die dort wirkenden Kerbzugspannungen. Zum Teil entwickeln sich die Spaltrisse auch aus Rissen des bewehrten Zugbandes und verlaufen dann nicht in den Achsen, sondern an den unteren Rändern der geneigten Druckstreben. Als Beispiel für diese Gruppe von Versuchsbalken zeigt das *Bild 5* den Balken 3.

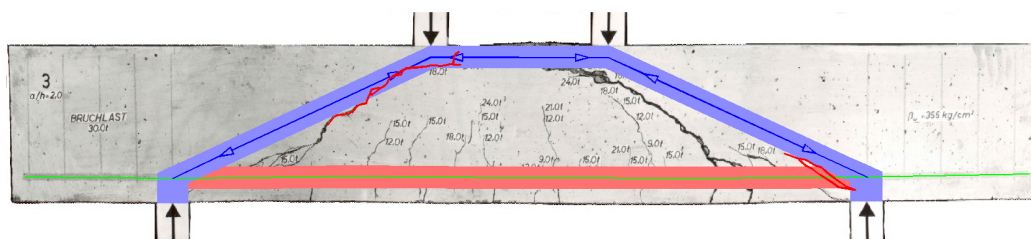


Bild 5: Versuchsbalken 3 aus [2] mit überlagertem Sprengwerk

Als Bruchlasten werden in [2] für die Versuchsbalken 1 bis 4 396, 265, 150 und 83,2 kN angegeben. Sie nehmen etwa umgekehrt proportional zum Abstand a ab und sind zwischen 30 und 520 % größer als die mittleren Bruchlasten der Balken 5 bis 8.

Bei derartigen Versuchen entsteht kein Biegebereich; für das Gleichgewicht bilden sich geneigte Druckstreben von den Einzellasten zum jeweils nächst gelegenen Auflager aus, was offensichtlich weniger Formänderungsarbeit erfordert als ein entsprechender Biegebereich.

Ohne Biegemomente gibt es - physikalisch gesehen - aber auch keine Querkräfte (bzw. Schubspannungen oder gar Schubrisse), da diese mit der Dimension kNm/m die Neigung von Momentenlinien beschreiben. Abgesehen von dieser physikalischen Gegebenheit könnte allein mit einer Querkraft keinesfalls die Tragfähigkeit einer Konstruktion unter Einzellasten beschrieben werden. Dies zeigt das folgende Beispiel sehr anschaulich.

Bild 6 zeigt einen Balkenausschnitt, der nacheinander an vier verschiedenen Stellen mit einer Einzellast belastet wird. Am gesamten Balken greift die gleich große Kraft symmetrisch in der Nähe des anderen Auflagers an. Das Gleichgewicht entsteht vorwiegend (bei Vernachlässigung des durch Biegebeanspruchung abgetragenen Lastanteils) jeweils durch geneigte Druckstreben zum Auflager. Je weiter die Last vom Auflager entfernt ist, um so größer werden die Druckkräfte in den schrägen Streben; sie - und damit die Querspannungen im Stegbereich - variieren in dem dargestellten Beispiel fast mit dem Faktor 3! Gleichzeitig ist aber die „Querkraft“ (also die Vertikalkomponente der geneigten Druckstrebe) in allen Fällen immer gleich groß. Wie groß wäre also die jeweilige Querkraft $V_{\text{Rd,c}}$, die die unterschiedlichen Bruchzustände beschreiben würde?

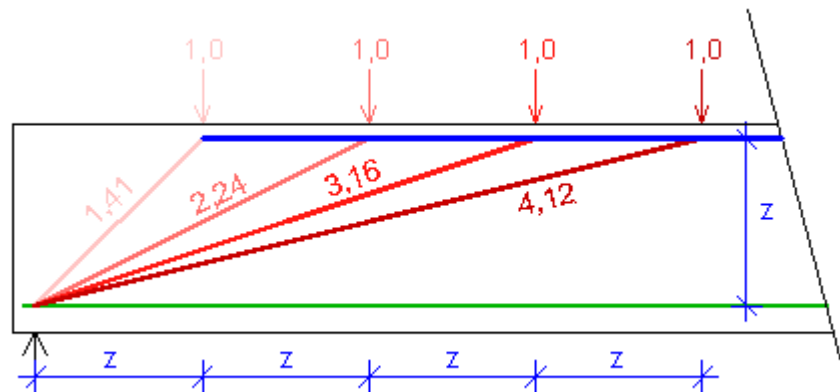


Bild 6: Balkenausschnitt mit einer Einzellast in verschiedenen Laststellungen

2.2.2 Balken mittlerer Schlankheit mit frei drehbaren Endauflagern

Im *Bild 7* sind in etwas vereinfachter Form die Versuchsbalken 5, 6, 7 und 8 aus [2] nachgezeichnet. Wie im Bild angegeben, liegen die Verhältnisse a/d bei $3,0$, $4,0$, $5,0$ und $6,0$. Bei allen vier Balken ist dem Rissbild zu entnehmen, dass sich jeweils ein für Biegebeanspruchung typischer Spannungszustand mit Rückhängekräften R_i eingestellt hatte. Gleichzeitig hatten sich aber von den Einzellasten zu den nächst gelegenen Auflagern geneigte Druckstreben gebildet, die an den daraus entstandenen Spaltrissen zu erkennen und mit gestrichelten blauen Linien nachgezeichnet sind.

Verfolgt man die Belastungsgeschichte - nicht nur für den vorliegenden Fall, sondern auch bei anderen entsprechend dokumentierten Versuchen - so kann man feststellen, dass alle Risse ihren Ursprung am Rand der Zugzone hatten. Sobald sie die geneigte Druckstrebe des Sprengwerks erreichen, werden sie von den Spaltzugspannungen der Druckstrebe überlagert, ändern dadurch ihre Richtung und folgen der Druckstrebenrichtung. Dies beweist, dass - wie gelegentlich behauptet wird - das Sprengwerk nicht erst entsteht, nachdem die Grenztragfähigkeit des biegebeanspruchten Tragwerks erreicht wurde, sondern von Anfang an einen (in der Größe unbekannt) Anteil der Belastung abträgt.

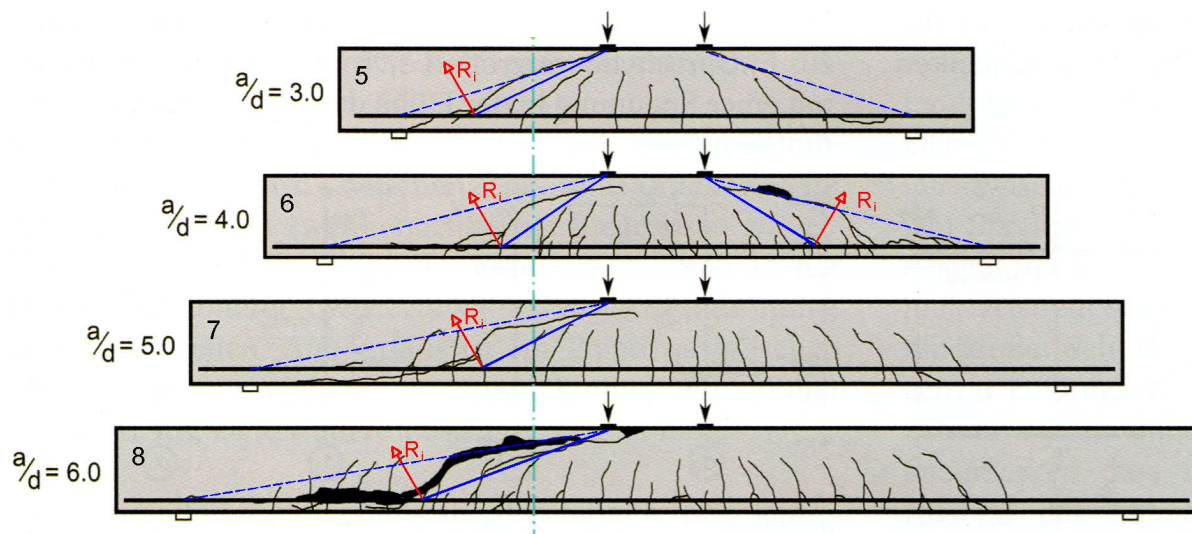


Bild 7: Versuchsbalken 5, 6, 7 und 8 aus [2]

Bei den Balken 5, 6 und 7 hatten sich von den Einzellasten ausgehend unter ca. 30° geneigte Druckstreben gebildet, für deren Gleichgewicht die dargestellten Rückhängekräfte R_i aktiviert worden waren. Der dadurch verursachte, gut erkennbare Versagensriss bestimmte die endgültige Grenztragfähigkeit der Balken. Beim untersten Balken 8 war der Sprengwerksspaltriss bereits so weit fortgeschritten, dass eine Rückhängekraft für eine unter 30° geneigte Druckstrebe nicht mehr möglich war. Es bildete sich eine noch flacher verlaufende Druckstrebe aus, deren Rückhängekraft gleichfalls einen endgültigen Versagensriss verursachte.

Die Rissbildanalyse dieser Versuchsserie belegt eindeutig, dass bei Versuchen mit Einzellasten - sogar noch bei einem Verhältnis von $a/d = 6,0$! - sich zwei Tragsysteme überlagern und dadurch höhere Traglasten erreichen als bei gleichmäßig verteilter Belastung. Es ist aber nicht möglich, den beiden Tragsystemen bestimmte Lastanteile zuzuordnen.

Obwohl diese Versuchsergebnisse schon seit mehr als 60 Jahren bekannt sind, hat es sich eingebürgert, Versuche zur Ermittlung der Stegtragfähigkeit mit Einzellasten durchzuführen - vorzugsweise mit Verhältnissen von a/d in der Größenordnung von 3,0. Bild 8 zeigt einen solchen Versuchskörper, der demzufolge in [21.1] sowohl als Beispiel für Biegebeanspruchung als auch für ein Sprengwerk verwendet werden konnte.

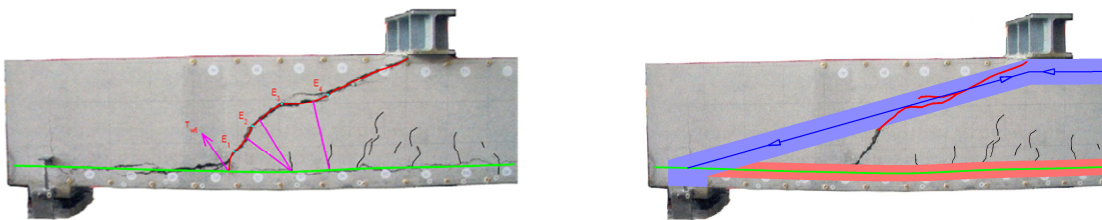


Bild 8: Ausschnitt aus einem Versuchskörper mit Einzellasten nach [6]

Zur Versuchsserie von Einfeldbalken in [2] mit paarweise angeordneten Einzellasten gehörten noch Balken mit Abmessungsverhältnissen $a/d = 7,0$ und $8,0$. Deren Rissbilder enthalten keine Hinweise auf die Mitwirkung von Sprengwerken und die Balken versagten jeweils in Feldmitte in der Biegedruckzone.

2.2.3 Mehrfeldrige Balken

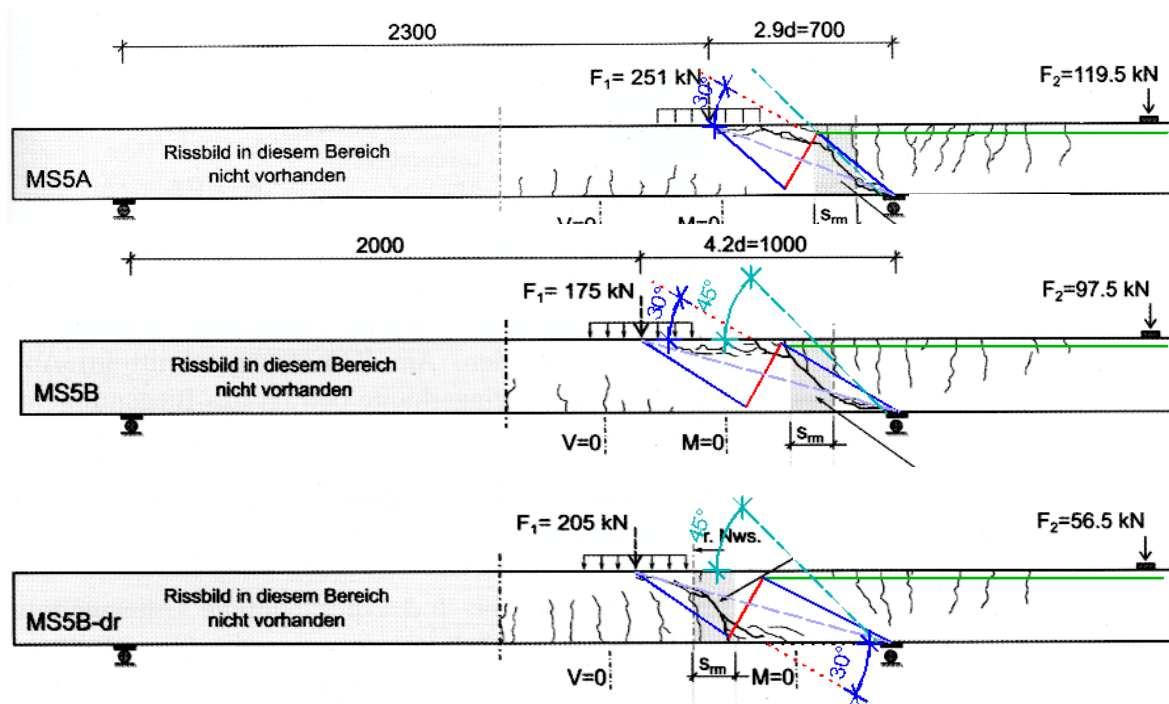


Bild 9: Zweifeldrige Stahlbetonbalken mit Einzellasten nach [4] bzw. [7]

Ergänzend zu den eigenen Versuchen der Verfasser mit Gleichlasten wurden in [4] auch die hier im *Bild 9* wiedergegebenen Versuchsergebnisse von 28 cm dicken und 50 cm breiten Stahlbetontragwerken wiedergegeben, die ursprünglich in [7] vorgestellt wurden. Wie der im *Bild 4* wiedergegebene Versuchskörper bestanden auch diese Balken aus einem längeren Einzelfeld und einem einseitig anschließenden kürzeren Kragarm mit einer Einzelast am Ende. Auch die Belastung des Hauptfeldes bestand aus einer Einzelast in der Nähe des Momentennullpunkts, die auf eine Fläche von ca. $40 \times 40 \text{ cm}^2$ verteilt worden war.

Die Versuchsanordnungen unterscheiden sich zunächst im Abstand der Feldbelastung vom nächst gelegenen Auflager: dieser beträgt beim ersten Balken (MS5A) $2,9 \cdot d$ und bei den beiden übrigen $4,2 \cdot d$. Allein schon der Vergleich mit den im *Bild 7* wiedergegebenen Versuchsergebnissen lässt erwarten, dass bei diesen Verhältnissen von a/d die Belastung durch eine Kombination von Biegebeanspruchung und direkter Druckstrebe zwischen Belastung und Auflager abgetragen wird.

Die Rissbilder bestätigen eindeutig, dass dies tatsächlich auch der Fall war. Zunächst sind bei allen drei Beispielen die Versagensrisse, die die Rückhängung der Stegzugstreben ausgelöst hat, ungewöhnlich gut zu erkennen. Die zeichnerische Verlängerung der Versagensrisse durch punktierte rote Linien zeigt, dass auch in diesen Beispielen - wie in vielen anderen - die Versagensrisse gegenüber der Tragwerksachse mit 30° geneigt sind.

Wie bei den in den *Bildern 3 und 4* dargestellten Versuchsbalken hängt die Stelle, an der sich der Versagensriss bildet, davon ab, über welchen Bereich die Risse über der Innstütze verteilt sind. Wie bereits im Zusammenhang mit dem *Bild 4* aufgezeigt wurde, ist das Versagen nicht im Stützbereich, sondern in der Nähe des Momentennullpunkts zu erwarten, wenn die Risssbildung über der Stütze nicht die im *Bild 9* grün gestrichelt eingezeichnete 45° -Linie überschreitet. Der Versagensriss stellt sich dann am ersten Riss in Folge der Feldmomente neben dem Momentennullpunkt ein - also ungefähr im Abstand d .

Das vergleichsweise kleine Stützmoment des Balkens MS5B-dr hatte zur Folge, dass die Biegerisse über der Stütze auf einen vergleichsweise kleinen Bereich (innerhalb der grün gestrichelt eingezeichnete 45-°-Linie) begrenzt waren und daher im Bereich des Momentennullpunkts noch eine hinreichend große rissfreie Zone zur Verfügung stand für ein Druckfeld zur Einleitung der Feldbelastung in die Stütze.

Der Hinweis in [4], dass außer der Biegebeanspruchung auch direkte Druckstreben zwischen Belastung und Auflager wirksam waren, wurde dort zutreffend mit einem entsprechenden Knick des lastabhängigen Verlaufs der Durchbiegung begründet. Allerdings bestätigen auch im vorliegenden Fall die Rissbilder die Existenz der im *Bild 9* (hellblau gestrichelt) eingetragenen direkten Druckstreben in Form von Spaltzugrissen. Diese befinden sich bei den Balken MS5A und MS5B am Auflager, wo sich die Druckstreben mit großen Druckspannungen des Stützmoments überlagern und größer sind als unter der verteilten Einzellast. Dies trifft bei dem kleineren Stützmoment des Balkens MS5B-dr nicht mehr zu; der Spaltzugriss hat sich entsprechend unter der Einzellast gebildet.

Nicht haltbar erscheint die in [4] enthaltene These über die „Bildung eines direkten Sprengwerks . . . bei weiterer Laststeigerung“ nach dem Versagen des Steges in Form des Versagensrisses. Bekanntlich stellt sich in den Tragwerken immer derjenige Spannungszustand ein, der das Minimum an Formänderungsarbeit erfordert. Dieses Prinzip würde aber verletzt, wenn die vorhandene Möglichkeit der direkten Druckstreben nicht genutzt würde, solange die Biegetragwirkung intakt ist und erst danach eine „Umlagerung des Kraftflusses“ stattfinden würde.

Somit gilt auch in diesem Fall, dass bis zum Versagen der Stegrückhängung eine Kombination von Biegebeanspruchung und direkter Druckstrebe zwischen Einzellast und Auflager wirkt, ohne dass man feststellen kann, wie groß ihre jeweiligen Traganteile sind - mit Sicherheit hängen sie auch vom Verhältnis a/d ab. Somit wird auch in [4] bestätigt, dass Versuche mit Einzellasten nicht geeignet sind, das Tragverhalten von in der Praxis üblichen Stahlbetonkonstruktionen unter gleichmäßig verteilter Belastung sicher festzustellen.

3. GRENZTRAGFÄHIGKEITEN BEI ENDAUFLAGERN (D_e -BEREICHE)

3.1 Entstehung des kritischen Stegrisses an Endauflagern

Im Abschnitt 4.1 von [21.1] wurde gezeigt, wie sich mit zunehmender Belastung schrittweise durch Umlagerungen der Stegzugstreben ein kritischer Stegriss entwickelt. Beispielhaft wurde dort der gut dokumentierte Versuchskörper 15/1 aus [2] verwendet. Die Entstehung wird hier noch einmal zusammenfassend dargestellt.

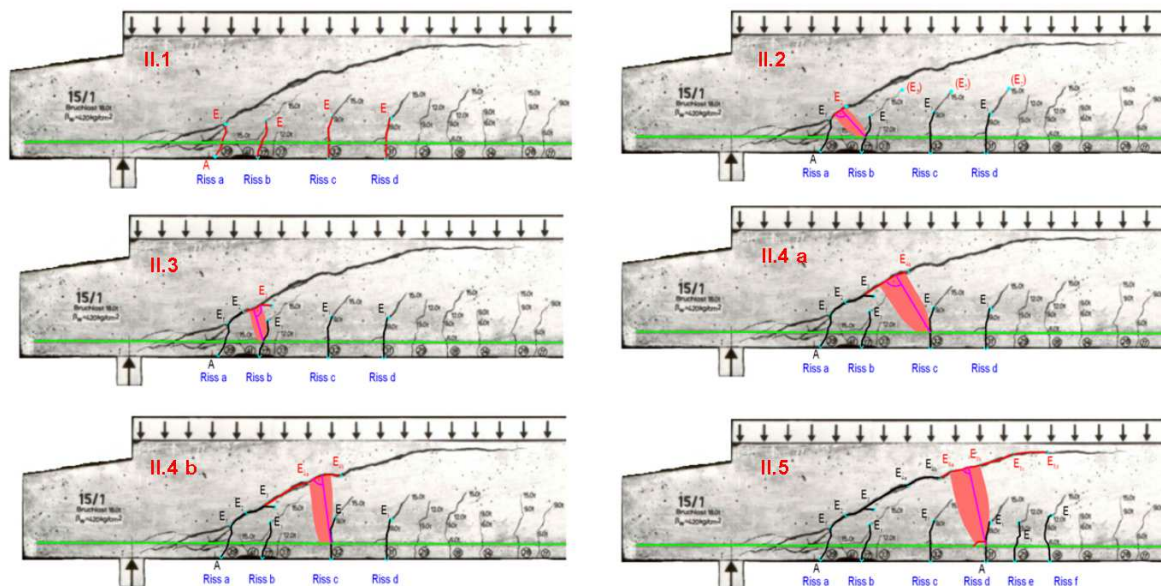


Bild 9: Die Zustände II.1 bis II.5 (des Balkens 15/1 aus [2])

Die Stegzugstreben beginnen jeweils am Kreuzungspunkt des feldseitig benachbarten Biegerisses mit der Biegezugbewehrung und laufen diagonal durch das Rissfeld an der benachbarten Risswurzel vorbei. Die Größe der Stegzugstreben und der sie kreuzenden -druckstreben entspricht der Differenz der Biegemomente an den Rissen, die das betrachtete Rissfeld begrenzen. Sie sind daher im ersten Rissfeld neben dem Auflager am größten. Deshalb beginnt der kritische Stegriss am ersten Biegeriss (a) neben dem Auflager.

Im Sinne der Übersichtlichkeit wurde jeweils nur diejenige Zugstrebe dargestellt, die durch Erreichen ihrer Bruchlast den nächsten Abschnitt des kritischen Stegrisses verursacht. Ebenso wurde darauf verzichtet, die Stegdruckstreben darzustellen, die die Stegzugstreben X-förmig kreuzen.

Für die einzelnen Rissabschnitte wurden folgende Bezeichnungen gewählt:

Zustand II.1: Nur Biegerisse von den Punkten A bis zu den zugehörigen Punkten E_1 .

Zustand II.2: Stegrissabschnitt von Punkt E_1 bis Punkt E_2 als Folge der vom Kreuzungspunkt des Risses b mit der Biegezugbewehrung ausgehenden Stegzugstrebe.

Zustand II.3: Stegrissabschnitt von Punkt E_2 bis Punkt E_3 als Folge der vom Kreuzungspunkt des Risses b mit der Biegezugbewehrung ausgehenden, nunmehr steiler verlaufenden Stegzugstrebe.

Zustand II.4: Stegrissabschnitt von Punkt E_3 bis Punkt E_{4a} bzw. E_{4b} als Folge der vom Kreuzungspunkt des Risses c mit der Biegebewehrung ausgehenden Stegzugstrebe.

Zustand II.5: Stegrissabschnitt von Punkt E_{4b} bis Punkt E_{5d} als Folge der von den Kreuzungspunkten der Risse d, e, f mit der Biegezugbewehrung ausgehenden Stegzugstreben.

Bei zukünftigen Versuchen sollte sorgfältig protokolliert werden, wo sich die jeweiligen Endpunkte des kritischen Stegrisses bei den einzelnen Laststufen befinden, da der Riss nach dem Erreichen der Grenztragfähigkeit mit großer Wahrscheinlichkeit weiter fortschreitet. Die beim Erreichen der Grenztragfähigkeit verbliebene Restdicke der Druckzone an der Risswurzel ist eine wichtige Bemessungsgröße.

Die Abgrenzung der Bezeichnungen für die einzelnen Zustände II.i ist möglicherweise zum Teil etwas willkürlich gewählt. Dies ist aber kein entscheidender Faktor, da keiner der einzelnen Zustände direkt maßgebend ist für die Tragfähigkeit des Gesamtsystems. Indirekt besteht der Einfluss allerdings darin, dass der entstehende kritische Stegriss ab dem Zustand II.3 das Zusammenwirken des Gesamtquerschnitts zunehmend unterbindet.

Es entstehen zwei nicht direkt zusammenwirkende Teilsysteme, wobei das in [21.1] als Subsystem bezeichnete untere Teilsystem näherungsweise - wie im Bild 10 farblich gekennzeichnet - wieder einen Biegeträger veränderlicher Höhe mit Druck- und Zuggurt sowie Stegzug- und -druckstreben darstellt.

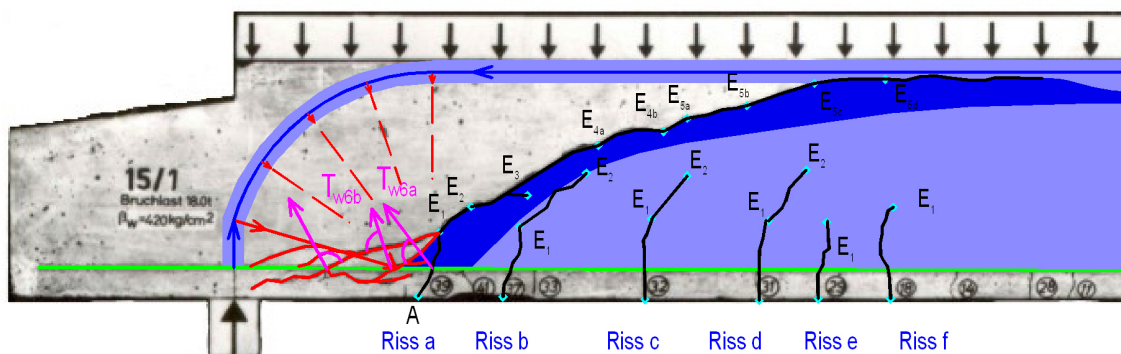


Bild 10: Ausschnittsvergrößerung des Balkens 15/1 aus [2] mit hoch gehängter Auflagerkraft (= Rückhängekraft) und daraus resultierender Rissbildung (entspricht Bild 4.17 von [21.1])

Außer seinem Eigengewicht erhält dieses Teilsystem lediglich diejenigen Anteile der äußeren Belastung, die sich nicht über dem kritischen Stegriss befinden. Seine Auflager bestehen aus der Rückhängung in die anschließenden D_e -Bereiche im Schnittpunkt des kritischen Stegrisses mit der Biegezugbewehrung - im Bild 4.17 von [21.1] (hier als Bild 10 wiedergegeben) als „ $T_{w6(a)}$ “ bezeichnet.

Die Bezeichnung der Rückhängekraft in [21.1] als „ T_{w6} “ impliziert, dass es sich um die sechste Rissstufe handelt. Dies trifft zwar für den Versuchsbalken 15/1 zu, ist aber nicht allgemeingültig. Die aufnehmbare Rückhängekraft wird unabhängig von den Rissstufen von den Tragwerkseigenschaften im D_e -Bereich bestimmt. Die Rückhängekraft, die zum Versagen des Gesamtsystems führt, sollte daher nicht weiterhin als T_{w6} , sondern zutreffend als

R_e (Rückhängekraft im D_e -Bereich) bezeichnet werden.

Gleichfalls irreführend kann die in [21.1] gewählte Bezeichnung „Zustand II.7“ für die Aktivierung des Teilsystems über dem kritischen Stegriss sein. Denn dieses Teilsystem muss die Belastung, die sich über diesem Riss befindet, allein zum Auflager leiten, sobald das Zusammenwirken beider Teilsysteme durch den kritischen Stegriss gestört wird.

3.3 Das Teilsystem S

Die Bezeichnung „S“ soll darauf hinweisen, dass das Tragsystem näherungsweise einem (einhüftigen) Sprengwerk entspricht. Wie in den *Bildern 11* und *12* in hellblauer Farbe dargestellt, sind von diesem Teilsystem die über dem kritischen Stegriss und die am D_e -Bereich angreifenden Lasten in die Auflager zu leiten. Dies geschieht überwiegend über ein Druckfeld. Der schwächste Punkt dieses Teilsystems ist der Druckriegel an der Wurzel des kritischen Stegrisses mit der durch den Stegriss eingeschränkten Restdicke d_{cu} .

Um die Bruchlast für diesen Punkt zuverlässig vorhersagen zu können, müssen außer der charakteristischen Betonfestigkeit die charakteristischen geometrischen Größen x_u (als Vielfaches von d ; s. *Bild 12*) und d_{cu} bekannt sein. Bei den in [2] vorgestellten einschlägigen Versuchen beträgt x_u etwa $3 * d$. Da nur wenige praxisaffine Versuche zur Verfügung stehen, kann nach derzeitigem Stand lediglich näherungsweise davon ausgegangen werden, dass das Teilsystem S im Grenzzustand die Teilbelastung S_u zwischen dem Endauflager und der Stelle $x_u = 3 * d$ abtragen muss.

Für ihre zuverlässige Bestimmung dürften weitere Versuche an Einfeldträgern ohne Stegbe-
wehung unter gleichmäßig verteilter Belastung erforderlich sein. Sind diese Werte bekannt, dann gilt:

$$C(x_u) = M(x_u) / z = M(x_u) / (d - d_{cu}/2) \quad (1)$$

und

$$C_u(x_u) = f_{ck} * d_{cu} * b_w \quad (2)$$

Die Tragfähigkeit kann eventuell erhöht werden, indem die Belastung auf den Zustand II.4 beschränkt wird. Eine weitere Möglichkeit könnte darin bestehen, die Biegezugbewehrung so zu wählen, dass über die Steuerung der Rissabstände der kritische Stegriss weniger tief in die Druckzone eindringt. Dabei ist jedoch zu beachten, dass eine Verkürzung des Teilsystems S eine Erhöhung der Rückhängekraft des Teilsystems R zur Folge hat.

3.4 Das Teilsystem R

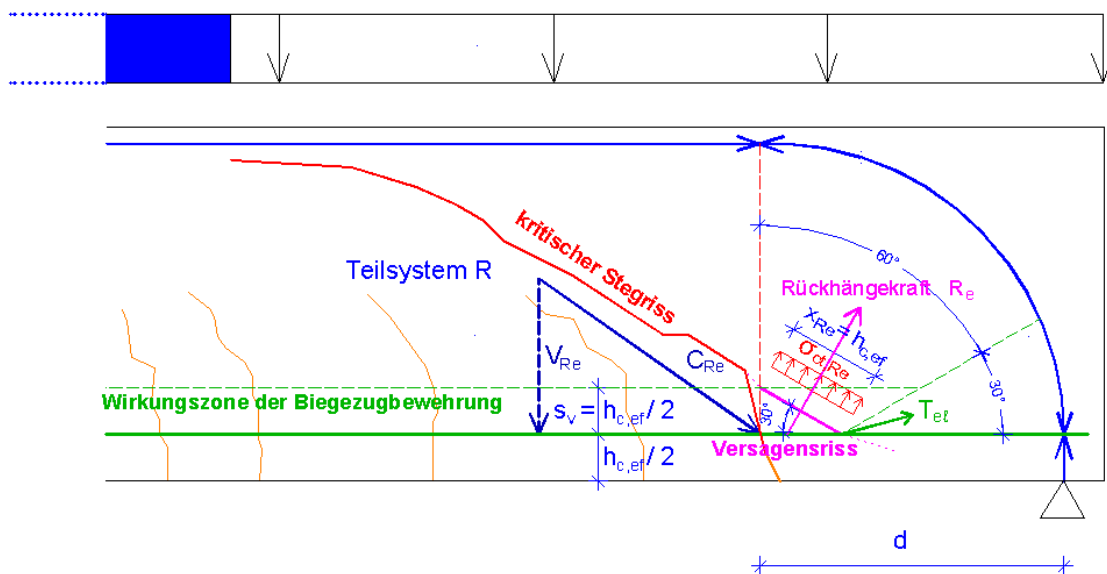


Bild 13 Die Teilsystem R

Die Bezeichnung „R“ wurde gewählt, um auf die schwächste Stelle dieses Teilsystems, nämlich die Rückhängung in den D_e -Bereich hinzuweisen. Wie in den *Bildern 12* und *13* mit dunkelblauer Farbe kenntlich gemacht, wirken auf dieses Teilsystem außer seinem Eigengewicht lediglich die direkt einwirkenden Lasten außerhalb der kritischen Stegrisse.

Die Rückhängung findet ihr Gleichgewicht in Form von Umlenkkräften des Druckbogens, der sich zwischen der Druckzone am oberen Rand und dem Auflager ausbildet. Der Riss, der beim Versagen der Rückhängung entsteht, kann bei den einschlägigen Versuchen mit 30° gegen die Horizontale geneigt abgelesen werden; die resultierende Rückhängekraft ist daher mit einem Winkel von 60° gegen die Horizontale geneigt.

Da die Biegedruckzone randparallel verläuft, weisen die Umlenkkräfte des Druckbogens an dessen oberen Anfangspunkt gegenüber der Tragwerksachse einen Winkel von 90° auf. Nachdem die resultierende Rückhängekraft mit 60° geneigt ist, breiten sich die Umlenkkräfte bis zum oberen Druckbogenanfang um 30° aus. Aus Symmetriegründen gilt das auch für die andere Hälfte der Rückhängekraft. Somit steht die Rückhängekraft R_e mit den Umlenkkräften für die oberen 60° des Auflager-Druckbogens im Gleichgewicht.

Wie oben bereits aufgezeigt, verläuft der Druckbogen bis zum Schnittpunkt des Auflagers mit der Biegezugbewehrung gleichförmig gekrümmt weiter. Wie die zuvor durchgeführte Betrachtung für den oberen Teil des Druckbogens belegt, breitet sich eine in den Beton eingeleitete Zugkraft - falls möglich, nach beiden Seiten - über einen Winkel von je 30° aus. Die Umlenkkräfte des unteren Bogendrittels finden somit ihr Gleichgewicht in der von der Biegezugbewehrung am kritischen Stegriss eingeleiteten Zugkraft. Ihre Resultierende wird mit T_{et} bezeichnet.

Im *Bild 13* ist die beschriebene Spannungssituation in den D_e -Bereichen an frei drehbaren Endauflagern dargestellt. Durch unterschiedliche Farbgebung sind die unterschiedlichen Beanspruchungsarten der Betonkonstruktion kenntlich gemacht. Druckbeanspruchte Zonen sind je nach Beanspruchungsintensität blau hinterlegt. Beton in der Wirkungszone der dunkelgrün dargestellten Biegezugbewehrung ist hellgrün und zugbeanspruchter Beton ohne Bewehrungsunterstützung hellrot gekennzeichnet. Letzterer ist der schwächste Teil des Systems und versagt dort, wo für die Rückhängekraft der kleinste Querschnitt zur Verfügung steht. Gemäß [8] ist die Wirkungszone der Bewehrung symmetrisch zur Bewehrungsachse verteilt - weist also oberhalb der Bewehrung wie auch unterhalb jeweils das Maß $h_{c,ef} / 2$ auf

Maßgebende Beanspruchung ist die Druckkraft C_e , die am Kreuzungspunkt des kritischen Stegrisses mit der Biegezugbewehrung auf den D_e -Bereich wirkt. Die Größe der geneigten Druckkraft C_e wird bestimmt von deren Vertikalkomponente V_e , also des (vertikal gerichteten) Lastanteils, den das Teilsystem R an den D_e -Bereich übertragen muss. V_e ergibt sich aus der Auflagerkraft A abzüglich der Teilbelastung S.

Die Vertikalkomponenten der Zugstreben R_e und T_{et} müssen im D_e -Bereich mit der Vertikalkomponente V_{Re} ein Gleichgewicht bilden:

$$V_{Re} = R_{e,v} + T_{et,v} = R_e \cdot \sin 60^\circ + T_{et} \cdot \sin 15^\circ \quad (3).$$

Da T_{et} die Resultierende der Bogenumlenkkräfte über 30° und R_e die Resultierende der Bogenumlenkkräfte des gleichen Bogens über 60° beinhalten, gilt

$$T_{et} = R_e / 2 \quad (4)$$

und damit

$$V_{Re} = R_e (0,866 + 0,259 / 2) = 1,00 R_e \quad (5).$$

Bei der Ermittlung des für die Tragfähigkeit maßgebenden Spannungszustands im D_e -Bereich ist zu beachten, dass im *Bild 12* die Darstellung der Fläche des zugbeanspruchten Betons ohne Bewehrungsunterstützung gegenüber der Wirklichkeit vereinfacht wurde;

sie kann nicht - wie dargestellt - auf die Breite $x = 0$ auslaufen, weil dies unendlich große Spannungen zur Folge hätte. In Wirklichkeit wird die geneigte Druckkraft C_e vor dem kritischen Stegriss vom Beton an die Biegezugbewehrung übertragen und von dieser auf der anderen Seite des Risses von der Bewehrung in den Beton geleitet. Diese Kraftübertragung wird häufig mit dem anschaulichen Begriff „Dübelwirkung“ beschrieben.

Glücklicherweise ist es nicht erforderlich, den bei dieser Kraft- bzw. Spannungsübertragung entstehenden Spannungszustand rechnerisch ermitteln zu müssen, um herauszufinden, wo die Grenztragfähigkeit erreicht wird. Wie die in [21.1] durchgeführten Rissbildanalysen zeigen, kann der Beginn des Versagensrisses an der Stelle $s_v = h_{c,ef} / 2 = (h - d)$ über dem Kreuzungspunkt des kritischen Stegrisses mit der Biegezugbewehrung angesetzt werden. Von diesem Punkt verläuft dieser Versagensriss, der im *Bild 13* magentafarben eingezeichnet ist, mit einer Neigung von 30° bis zur Achse der Biegezugbewehrung.

Auf Grund des Neigungswinkel des Risses von 30° ergibt sich die Länge x_{Re} des Versagensrisses zu

$$x_{Re} = h_{c,ef} / 2 * \sin 30^\circ = h_{c,ef} \quad (6).$$

Da die Bogenumlenkkräfte gleichmäßig am Druckbogen verteilt sind, gilt dies auch für die Zugspannungen, die den Versagensriss erzeugen und damit wird

$$\sigma_{ed} = R_e / h_{c,ef} * b_w \quad (7)$$

und die Grenztragfähigkeit

$$R_{e,u} = V_{Re,u} = h_{c,ef} * b_w * f_{ctk} \quad (8).$$

4. GRENZTRAGFÄHIGKEIT BEI INNENAUFLAGERN UND BEI MOMENTENNULLPUNKTEN

Mit [3] und [4] liegen inzwischen Versuchsergebnisse vor, die die direkte Ermittlung der Steggrenztragfähigkeiten gleichmäßig belasteter Stahlbetontragwerke ohne Stegbewehrung im Bereich von Innenstützen und von Momentennullpunkten erlauben, s. *Bilder 14 und 15*. Zwar sind die Verläufe der Versagensrisse nicht in allen vorgelegten Rissbildern eindeutig zu erkennen, man kann aber auf Grund der gleichartigen Verhältnisse - nämlich der Übertragung von Stegzug- und Druckstreben über Biegerisse - wohl davon ausgehen, dass die Geometrie des Versagensrisses derjenigen des D_e -Bereichs entspricht. Dies bestätigen insbesondere die in [4] von [7] übernommenen Rissbilder.

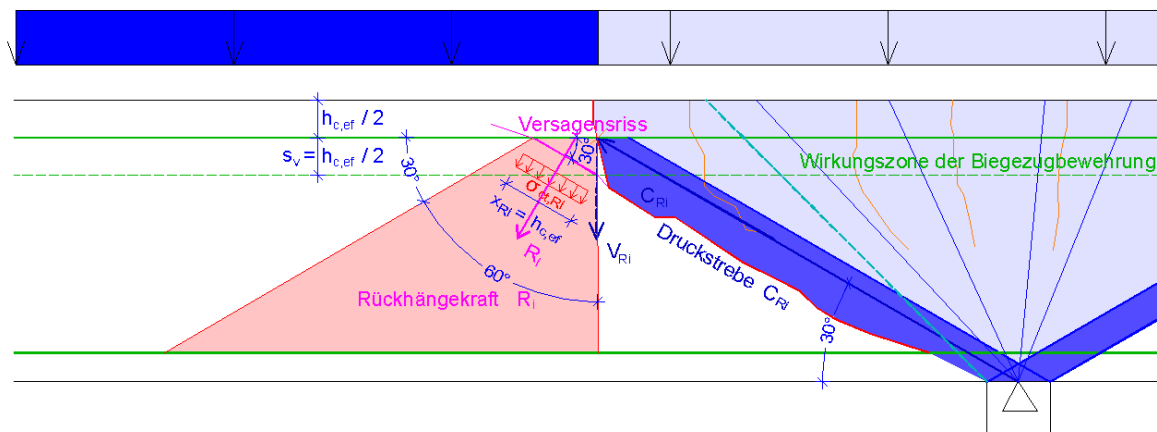


Bild 14: Rückhängekraft R_i und Versagensriss bei Innenstützen

Die Versuchsergebnisse von [3] und [4] zeigen, dass es abhängig von der Größe des Stützmoments zwei verschiedene Bruchstellen geben kann. Entscheidend ist nach den vorgelegten Ergebnissen jedoch nicht die betragsmäßige Größe des Stützmoments, sondern die Größe des Bereichs, in dem Biege- bzw. Krafteinleitungsrisse entstanden sind.

Nach den Ergebnissen ist das Versagen im Stützbereich zu erwarten, wenn die Rissbildung über der Stütze die im *Bild 14* grün gestrichelt eingezeichnete 45°-Linie vom Auflagerend zur oben abgeordneten Längsbewehrung überschreitet. Falls jedoch die Rissbildung auf den Bereich innerhalb dieser 45°-Linie begrenzt bleibt, steht zwischen der Innenstütze und dem benachbarten Momentennullpunkt noch eine hinreichend große rissfreie Zone zur Verfügung für ein Druckfeld zur Einleitung der Feldbelastung in die Stütze, s. *Bild 15*. Die Belastung muss in diesem Fall in Stütznähe nicht von der Biegezugbewehrung per Dübelwirkung über einen Riss geleitet werden. Der Versagensriss stellt sich dann am ersten Riss in Folge der Feldmomente neben dem Momentennullpunkt ein - also ungefähr im Abstand d .

Die erforderliche **Rückhängekraft R_i in Stütznähe** ergibt sich aus der Vertikalkomponente der Belastung V_{Ri} . Die maßgebende Stelle dafür resultiert aus der Neigung der Druckstrebe C_{Ri} , die nach den einschlägigen Versuchen auf der sicheren Seite liegend mit 30° angesetzt werden kann, also liegt

$$V_{Ri} \text{ im Abstand von } \sqrt{3} * d = 1,73 * d$$

von der Auflagerachse entfernt (s. *Bild 14*). Aus V_{Ri} ergibt sich

$$R_i = V_{Ri} / \cos 30^\circ = 1,15 * V_{Ri} \quad (9).$$

Wie beim Endauflager ergibt sich die Länge x_{Ri} des Versagensrisses zu

$$x_{Ri} = h_{c,ef} / 2 * \sin 30^\circ = h_{c,ef} \quad (10).$$

Die gleichmäßig über diese Länge verteilte Zugspannung beträgt

$$\sigma_{ct} = R_i / h_{c,ef} * b_w \quad (11)$$

und die aufnehmbare Rückhängekraft

$$R_{i,u} = h_{c,ef} * b_w * f_{ctk} \quad (12).$$

Die zugehörige Vertikalkomponente beträgt

$$V_{Ri,u} = h_{c,ef} * b_w * f_{ctk} / 1,15 = 0,87 * h_{c,ef} * b_w * f_{ctk} \quad (13).$$

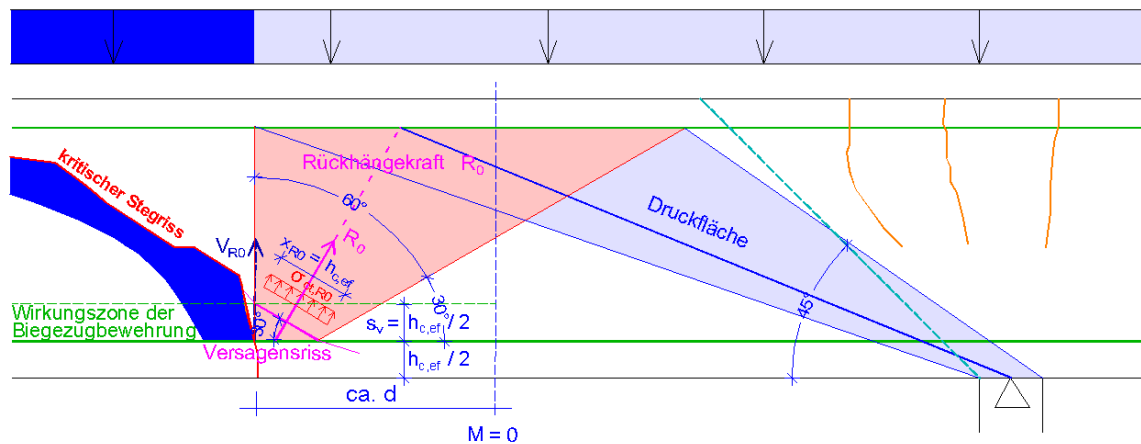


Bild 15: Rückhängekraft R_0 und Versagensriss bei Momentennullpunkten

Das *Bild 15* zeigt die Situation für die Rückhängekraft R_0 in der Nähe von Momentennullpunkten. Da der Momentenverlauf im Feldbereich neben dem Momentennullpunkt bei Gleichlast spiegelbildlich zum Momentenverlauf am Endauflager ist, gilt dies auch für den kritischen Stegriss und die Teilsysteme R und S . Also ist $V_0 = V_e$ (an der Stelle $x'_u = 3 * d$ vom Momentennullpunkt entfernt).

Die geometrischen Randbedingungen für die Rückhängekräfte R_i und R_0 sind identisch, entsprechend ist $R_0 = R_i$. Daher gilt auch für die **aufnehmbare Vertikalkomponente der Rückhängekraft $R_{0,u}$ nahe beim Momentennullpunkt:**

$$V_{R0,u} = V_{Ri,u} = 0,87 * h_{c,ef} * b_w * f_{ctk} \quad (14).$$

Obwohl die Bruchlast in beiden Fällen gleich groß ist, können Systeme, bei denen R_0 versagt, größere Lasten übertragen als solche, bei denen R_i versagt; auf Grund des größeren Abstands von R_0 zur Stütze ist der direkt abgetragene Lastanteil größer (s. hellblau dargestellte Lastanteile in den *Bildern 14 und 15*).

Die aufnehmbaren Rückhängekräfte $R_{i,u}$ und $R_{0,u}$ nahe Innenstützen und Momentennullpunkten sind kleiner als der entsprechende Wert bei frei drehbaren Endauflagern. Der Unterschied entsteht durch die Mitwirkung der Zugstrebe T_{el} im Endauflagerbereich.

5. ÜBERPRÜFUNG DER ERGEBNISSE

5.1 Qualitative Überprüfungen

Zur qualitativen Überprüfung der Ergebnisse werden FE-Berechnungen herangezogen, die bereits in [21.1] vorgestellt wurden. Um sicher zu stellen, dass die verwendeten FE-Ergebnisse exakt den in Versuchen festgestellten Rissverlauf berücksichtigen, wurde darauf verzichtet, ein Programm zu verwenden, das mit nichtlinearen Stoffgesetzen arbeitet und selbständig Rissbildungen erzeugt. Die Lesbarkeit der Ergebnisse ist teilweise etwas beeinträchtigt durch die (realistisch) große Darstellung der Stahlspannungen.

Das folgende *Bild 16* zeigt einen Balken ohne Stegbewehrung mit reinen Biegerissen, also im Zustand II.1. Man kann sehr gut erkennen, dass in den Rissfeldern Stegzugstreben diagonal angeordnet sind und von Stegdruckstreben gekreuzt werden. Der Vergleich im *Bild 9.7* von [21.1] zeigt, dass andere Anordnungen von Stegzug- und -druckstreben entweder für die veränderlichen Gurtkräfte kein Gleichgewicht bieten können oder aber größere Formänderungsarbeit verursachen würden. Es stellt sich allerdings immer das Minimum der Formänderungsarbeit ein.

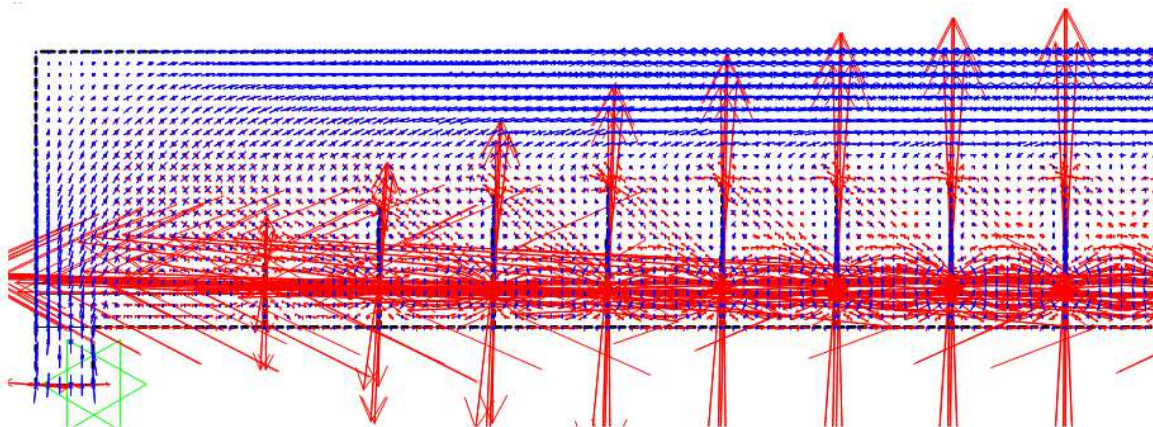


Bild 16: FE-Berechnung eines Biegeträgers unter Gleichlast mit vorgegebenen Biegerissen (halbes System) - entspricht *Bild 4.4* in [21.1]

Weiterhin kann man feststellen, dass die Lastausbreitung von der Bewehrung in die mitwirkende Betonzugzone aus Gleichgewichtsgründen symmetrisch zu den Bewehrungsstäben verläuft, also nach außen und nach innen jeweils das Maß $h_{c,ef} / 2$ aufweist. Sehr deutlich sind auch die Dübelkräfte zu erkennen, die die Biegebewehrung über die Risse überträgt.

Das nächste Bild zeigt die gleiche Konstruktion im Zustand II.5 mit dem markant ausgeprägten kritischen Stegriss. Entsprechend gut erkennbar sind die weitgehend getrennt wirkenden Teilsysteme R (unter dem kritischen Stegriss) und S (über dem kritischen Stegriss).

Bei Letzterem ist festzustellen, dass es die direkt einwirkende Belastung im Wesentlichen mit Druckspannungen in das Auflager leitet und im Gleichgewicht gehalten wird durch den Druckgurt an der Wurzel des kritischen Stegrisses und den Zuggurt, den die Biegezugbewehrung bildet.

Als nunmehr eigenständiger Biegebalken ist das unter dem kritischen Stegriss vorhandene Teilsystem R zu erkennen. Als solcher weist er gleichfalls in den Rissfeldern diagonal verlaufende Stegzugstreben auf. Zwischen den Rissen gibt es allerdings keine Druckstreben, da der Druckgurt entsprechend geneigt ist.

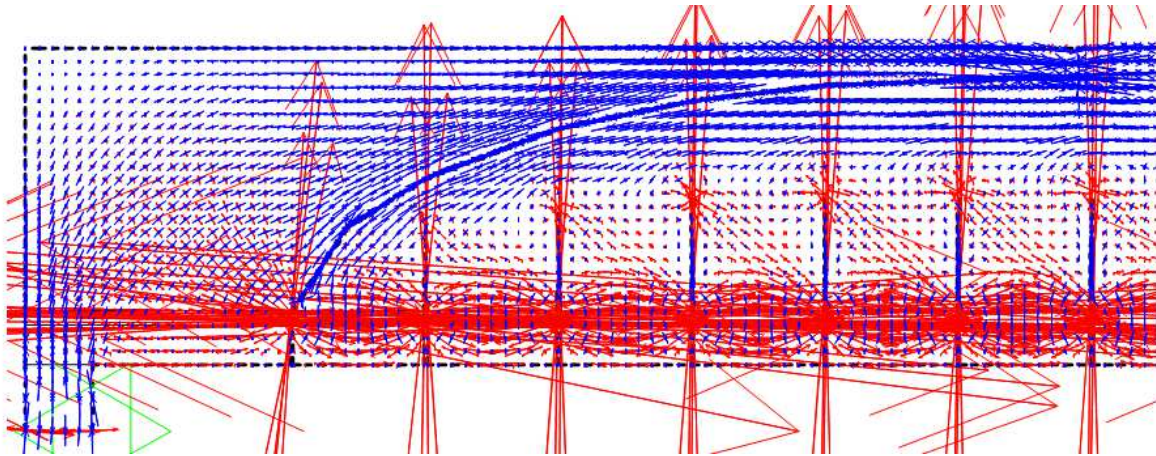


Bild 17: FE-Berechnung eines Biegeträgers unter Gleichlast mit vorgegebenem Rissbild im Zustand II.5 (halbes System) - entspricht *Bild 4.20* in [21.1]

Ebenso wie im *Bild 16* ist auch hier im D_e -Bereich der Druckbogen zwischen Auflager Druckgurt am oberen Rand abzulesen. Wichtig als Bestätigung für die Richtigkeit des aufgezeigten Gleichgewichts für die Rückhängung R_e sind die für den gesamten Viertelkreis des Druckbogens erkennbaren Umlenkkräfte mit ihrer Konzentration zum Kreuzungspunkt des kritischen Stegrisses mit dem ersten Biegeriss neben dem D_e -Bereich.

Diese qualitative Überprüfung bestätigt in allen wichtigen Aspekten die Richtigkeit der vorgestellten Ergebnisse.

5.2 Quantitative Überprüfungen

Wie bereits bei der Gegenüberstellung von Versuchsparametern mit der Praxis erscheinen die in [2] vorgestellten Versuchsergebnisse auch für die quantitative Überprüfung der vorliegenden, im Kapitel 3 vorgestellten Ergebnisse besonders gut geeignet. Diese inzwischen bereits mehr als sechzig Jahre bekannten Versuchsergebnisse ermöglichen sogar eine Gegenüberstellung der Bruchlasten abhängig von der Art der Belastung.

5.2.1 Einfeldbalken mit frei drehbaren Endauflagern unter Gleichlast nach [2]

Wie im Kapitel 2 an Hand der Rissbilder gezeigt wurde, werden bei gedrungenen Balken - also solchen mit einer Schlankheit $\ell / d < 10$ - gleichmäßig verteilte Lasten überwiegend durch Druckgewölbe mit Zugbändern abgetragen. Da deren Beanspruchungen von ihrer Schlankheit abhängen, werden sie von den hier erarbeiteten Lösungen nicht erfasst. Tragwerke mit großen Schlankheiten $\ell / d > 20$ versagen dagegen auf Biegung. Daher werden im Folgenden nur noch die Versuchskörper 13/1 bis 16/1 überprüft.

Dabei ist der Versuchsbalken 13/1 etwas grenzwertig, da sein Rissbild zwar die typischen Merkmale des Versagens der Rückhängekraft R_e aufweist (s. *Bild 2*), wobei jedoch der kritische Stegriss bereichsweise dem Druckbogen folgt.

Die Verfasser von [2] haben zur besseren Übersicht und Vereinfachung weiterer Auswertungen ihrer Ergebnisse diese zusätzlich auf eine einheitliche Betonfestigkeit umgerechnet. Diese umgerechneten Werte werden im Folgenden der weiteren Analyse zugrunde gelegt.

Balken	Länge	stat. Nutzhöhe	Schlankheit	$V_{xu} (\beta_w = 350)$	Bruchstelle	x_u / d
Nr.	[m]	d [cm]	l / d	[kN]	x_u [cm]	
13/1	2,5	27,3	9,16	41,4	90	3,3
14/1	3,0	27,3	11,0	38,8	95	3,5
15/1	4,0	27,2	14,7	48,5	85	3,1
16/1	5,0	27,3	18,3	58,5	85	3,1
Mittelwerte				46,8	88,8	3,25

Tabelle 1: Versuchsergebnisse der Balken 13/1 bis 16/1 aus [2]

Die einzelnen Grenztragfähigkeiten V_{xu} streuen auffällig stark um ihren gemeinsamen Mittelwert - die größte Abweichung beträgt 25 %. Eine Tendenz ist dabei nicht erkennbar. Die tatsächlichen Druckfestigkeiten streuen erheblich weniger, so dass auch die Vermutung einer stark streuenden Betonzugfestigkeit, die ja nur rechnerisch ermittelt wurde, nicht gestützt wird. Um so erstaunlicher ist, dass der Abstand x_u der Bruchstelle vom Auflager und damit der Verlauf des kritischen Stegrisses vergleichsweise einheitlich ausgefallen ist.

Die Balken haben einen Querschnitt von $b * d = 19 * 32$ [cm] und somit einen Bewehrungsachsabstand $h_{c,ef} / 2$ vom Rand von 4,7 cm. Aus der Würfeldruckfestigkeit $\beta_w = 350$ kg/cm² resultiert gemäß [8], Tabelle 9: $f_{ck} = 0,8 * 35 = 28$ N/mm² und $f_{ctm} = 0,3 * 28^{2/3} = 2,76$ N/mm² = 0,276 kN/cm².

Damit erhält man nach Glg. (8)

$$V_{Re} = 2 * 4,7 * 19 * 0,276 = 49,4 \text{ kN.}$$

Die analytisch ermittelte Bruchlast liegt nur rund 5 % über dem Mittelwert der in den Versuchen erreichten Grenztragfähigkeiten, was als gute Bestätigung gewertet werden kann.

5.2.2 Frei drehbar gelagerte Einfeldbalken unter Einzellasten nach [2]

Balken	Abstand	stat. Nutzhöhe	Verhältnis	$V_u (\beta_w = 350)$	$V_u(EL) / V_u(GL)$
Nr.	a [cm]	d [cm]	a / d	[kN]	
5	81	27	3,0	69,8	149%
6	110	27	4,1	65,8	141%
7	135	27	5,0	61,1	131%
8	162	27	6,0	62,4	133%

Tabelle 2: Versuchsergebnisse der Balken 5 bis 8 aus [2]

Die wohl immer noch einmalige Versuchsanordnung mit geometrisch gleichartigen Balken, die sich außer in ihren Stützweiten auch in der Belastungsart unterscheiden, bietet die Möglichkeit, Unterschiede in der Lastabtragung zwischen Einzellasten (EL) und gleichmäßig verteilten Lasten (GL) zu analysieren. Entsprechend wurde im Kapitel 2 gezeigt, dass Tragwerke mittlerer Schlankheit gleichmäßig verteilte Lasten allein über Biegung abtragen, wäh-

rend für Einzellasten zusätzlich zur Biegung direkte Druckstreben von den Einzellasten zu den Auflagern (Sprengwerke) aktiviert werden.

In der *Tabelle 2* sind die normierten Bruchlasten V_u ($\beta_w = 350 \text{ kg//cm}^2$) für die Verhältnisse $a / d = 3,0$ bis $6,0$ wiedergegeben und ihr Verhältnis zur mittleren Bruchlast infolge gleichmäßig verteilter Belastung aufgezeigt. Es zeigt sich, dass die zusätzliche Sprengwerkswirkung bei dem in wissenschaftlichen Versuchen vielfach verwendeten Abstandsverhältnis $a / d = 3,0$ **die Bruchlast um rund 50 % erhöht** und bei den vergleichsweise großen Verhältnissen 5 und 6 immer noch um etwas mehr als 30 %.

Daraus muss gefolgert werden, dass Versuchsergebnisse zum Stegtragverhalten, die mit Einzellasten gewonnen wurden, grundsätzlich nicht geeignet sind, die Sicherheit von Konstruktionen mit gleichmäßig verteilten Lasten - wie sie in der Praxis überwiegend angewendet werden - zuverlässig zu beschreiben.

5.2.3 Einfeldbalken mit frei drehbaren Endauflagern unter Gleichlast nach [1]

In dem Forschungsvorhaben „Bewehrung mit hochfestem Verbund“ (HFV) wurden Eigenschaften und Anwendungsmöglichkeiten einer neuartigen Betonstahlbewehrung untersucht. In der zugehörigen Anlage 2 [1] wurden die Abläufe und Ergebnisse sowie daraus folgende Rückschlüsse der durchgeführten Balkenversuche beschrieben. Als Vergleichsobjekte wurden einige Versuchsbalken mit herkömmlichem Betonstahl 500 S bewehrt, wovon einige wiederum ohne Stegbewehrung ausgeführt wurden.

Die Balken erhielten gleichmäßig verteilte Belastungen, die - wie auch bei den entsprechenden, in [2] beschriebenen Versuchen - mit wassergefüllten Feuerwehrschräuchen realisiert wurden. Das folgende Bild zeigt die entsprechende Versuchseinrichtung.



Bild 18: Versuchseinrichtung für Balkenversuche mit gleichmäßig verteilter Belastung [1]

Die Balken mit einem Rechteckquerschnitt von $b \cdot h = 25 \cdot 40 \text{ cm}^2$ waren 4,75 m lang (L) und hatten eine Stützweite (ℓ) von 4,55 m. Die Biegezugbewehrung der Balken R 1 und R 4 bestand aus $3 \text{ } \varnothing 25 \text{ BSt } 500 \text{ S}$, die Betondeckung wies für die Montagebügel $\varnothing 10$ 2,0 cm auf.

Die Balken R 2 und R 5 wiesen als Biegezugbewehrung $8 \text{ } \varnothing 14$ in zwei Lagen auf, die Abstandhalter zwischen den beiden Lagen bestanden aus Stäben $\varnothing 20$. Während die Längsbewehrung des Balkens R 2 aus Betonstahl 500 S bestand, erhielt der Balken R 5 HFV-Stäbe ($f_{yd} = 695 \text{ N/mm}^2$), s. [1].

Damit ergeben sich die Ausgangswerte, Festigkeiten und die rechnerischen Bruchlasten gemäß Glg. (8) laut folgender Tabelle. Die mittlere Betonzugfestigkeit f_{ctm} wurde nach [8], Tabelle 9, bestimmt.

Balken	stat. Nutzhöhe d	Abstand $h_{c,ef} / 2$	$f_{c,cube}$	f_{ctm}	$V_{u,cal}$
	[cm]	[cm]	[N/mm ²]	[kN/cm ²]	[kN]
R 1	35,75	4,25	42,1	0,314	66,7
R 2	34,6	5,4	30,0	0,251	67,8
R 4	35,75	4,25	27,2	0,235	49,9
R 5	34,6	5,4	21,1	0,198	53,5

Tabelle 3: Ausgangswerte und rechnerische Bruchlasten der Balken R 1, R 2, R 4 und R 5 aus [1]

Das folgende Bild zeigt die zugehörigen Bruchbilder, die sich ziemlich ähnlich sind. Die kritischen Stegrisse und die mit etwa 30° geneigten Versagensrisse an deren Kreuzungspunkten mit der Biegezugbewehrung sind gut zu erkennen. Letztere weisen zur Auflagerachse einen Abstand von ziemlich genau d auf. Auffallend ist, dass alle Risse stark klaffen und die kritischen Stegrisse mit den Versagensrisse über der Biegezugbewehrung eine Verlängerung aufweisen bis zu den Auflagern. Bei den beiden mit $3 \text{ } \varnothing 25$ bewehrten Balken setzt sich dieser Riss über der Bewehrung auch unter dem kritischen Stegriss fort bis etwa zu dessen Risswurzel und schwenkt dort nach oben. Es gibt nur in geringem Umfang Betonausbrüche, die auf hohe Druckspannungen hinweisen.

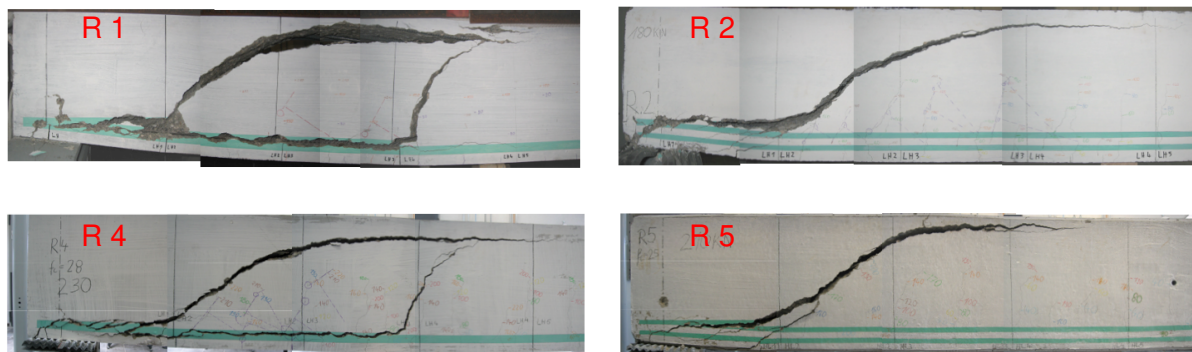


Bild 19: Balken R 1, R 2, R 4 und R 5 aus [1] im Bruchzustand

Die Bruchbilder der vorliegenden Versuchsbalken unterscheiden sich also in mehreren Punkten von denen der Balken 13/1 bis 16/1 aus [2], sind aber alle in der gleichen Ursache begründet: Während im vorliegenden Fall die Versuchsbalken an der Auflagerrückseite enden, haben diejenigen aus [2] noch einen zusätzlichen Überstand etwa von der Länge d , bis zu dessen Ende die Biegezugbewehrung geführt wurde.

Wenn die Grenztragfähigkeit der Rückhängekraft R_e erreicht wird und der Versagensriss entsteht, drückt die Vertikalkomponente der Auflagerkraft des Teilsystems R den Verbundbalken, der aus der Längsbewehrung um ihrer Betonumhüllung in Form der Wirkungszone der Bewehrung besteht, nach unten. Wenn dieser Verbundbalken über dem Auflager endet, wird er vom darüber liegenden Teil des Balkens regelrecht abgerissen. Bei den beiden mit $3 \varnothing 25$ bewehrten Balken pflanzte sich dieser Abriss auch noch unter dem kritischen Stegriss fort. Infolge der damit verbundenen vergleichsweise großen Verformungen führte die Bruchkinematik dazu, dass der kritische Stegriss gleichfalls weiter aufgerissen und dadurch auch länger wurde.

Bei den Versuchsbalken mit Überständen konnten sich diese Verformungen nur eingeschränkt einstellen. Es gab durch die Umlagerung der Vertikalkomponente der Auflagerkraft des Teilsystems R keine klaffenden Risse und wohl auch keine Verlängerung des kritischen Stegrisses. Die Druckspannungen wurden so groß, dass sie Abplatzungen verursachten.

Diese Zusammenhänge kann man überprüfen, indem man die Abstände der Endpunkte der kritischen Stegrisse von den Auflagerachsen an den Versuchskörpern misst und rechnerisch ermittelten Abständen gegenüberstellt. In Anlehnung an [2] wird diese Ordinate x_u genannt, obwohl im vorliegenden Fall kein Bruch an dieser Stelle entstand. Es ist vielmehr die Stelle, an der der Lastanteil des Teilsystems R endet.

In den beiden ersten Spalten der folgenden Tabelle wurden aus [1] die beim Bruch erreichten Pressenlasten P_u und die daraus resultierenden Auflagerlasten A_u übertragen. Die mit Hilfe der wassergefüllten Feuerwehrschräume gleichmäßig verteilte Belastung q_u beträgt $2 * A_u / L$ und damit wird

$$x_{u,cal} = (A_u - V_u) / q_u * (L - \ell) / 2 \quad (14).$$

Balken	P_u	A_u	q_u	$x_{u,test}$	$x_{u,test} / d$	$x_{u,cal}$	$x_{u,cal} / d$
	[kN]	[kN]	[kN/m]	[cm]	---	[cm]	---
R 1	240	125,9	53,0	134	3,75	102	2,84
R 2	(180)	95,9	40,4	134	3,89	(60)	(1,72)
R 4	230	121,1	51,0	143	4,00	130	3,62
R 5	210	110,9	46,7	129	3,71	113	3,27
Mittelwerte				135	3,84	115	3,24

Tabelle 4: Gemessene und errechnete Endpunktsordinaten x_u der kritischen Stegrisse der Balken R 1, R 2, R 4 und R 5 aus [1]

Fragwürdig erscheint auf Grund dieser Zusammenstellung die von der Prüfmaschinensteuerung angezeigte, beim Bruch erreichte Pressenlast P_u für den Balken R 2. Da er geometrisch identisch ist mit dem Balken 5, müssten die Bruchlasten beider Balken etwa das Verhältnis der in der *Tabelle 3* angegebenen mittleren Betonzugfestigkeiten aufweisen und demnach beim Balken R 2 über 250 kN liegen. Der Verdacht wird untermauert durch die Tatsache, dass beim Belastungsversuch des Balkens R 2 ein Softwarefehler in der Steue-

rung der Prüfmaschine den Versuch zwischendurch unplanmäßig abbrach. Die für R 2 genannte Pressenlast und der darauf basierende Rechenwert $x_{u,cal}$ wurden daher in der Tabelle in Klammern gesetzt und bei der Mittelwertbildung nicht berücksichtigt.

Die errechneten Riss-Endpunktsordinaten $x_{u,cal}$ streuen mit etwa $\pm 15\%$ um den Mittelwert der drei berücksichtigten Ergebnisse. Diese eher große Streuung erscheint aber nicht unplausibel zu sein, wenn man bedenkt, dass der Eingangswert V_u mit dem Mittelwert der rechnerischen Betonzugfestigkeit ermittelt wurde, deren 5- bzw. 95%-Fraktile in [8], Tabelle 9, mit einer Streuung von $\pm 30\%$ angegeben wird.

Interessant ist in diesem Zusammenhang, dass der Mittelwert der auf d bezogenen Risslänge $x_{u,cal}$ sehr genau mit dem entsprechenden Wert übereinstimmt, der bei den in [2] vorgestellten Versuchen mit den Balken 13/1 bis 16/1 entstanden war. Dies kann als weiterer Beweis dafür gewertet werden, dass die mit der Glg. (8) ermittelten Bruchlasten der Realität entsprechen.

Die in den Versuchen entstandenen Längen der kritischen Stegrisse sind allesamt größer als die errechneten; ihre Mittelwerte unterscheiden sich um 17% . Es erscheint plausibel zu sein, dass diese Rissverlängerung erst durch das Versagen der Rückhängekraft R_e ausgelöst wurde und nicht vor deren Versagen entstand. Da die Länge des kritischen Stegrisses maßgeblich die erforderliche Rückhängekraft R_e bestimmt, ist zu empfehlen, zukünftige Versuchskörper - abweichend von der Regelausführung in der Praxis - einschließlich Biegezugbewehrung um etwa die Länge d über die Rückseite der Endauflager zu verlängern.

Einen weiteren interessanten Aspekt liefern die in [1] vorgestellten Versuche auch durch die Tatsache, dass ein- und zweilagige Biegezugbewehrungen und damit unterschiedlich dicke Zuggurte verwendet wurden. In der Gegenüberstellung der Versuchsbalken in *Bild 19* ist deutlich zu erkennen, dass bei den beiden Balken R 2 und R 4, die je zwei Lagen Biegezugbewehrung aufweisen, die Versagensrisse deutlich länger sind als bei den Balken R 1 und R 3 mit nur je einer Bewehrungslage. Damit bestätigen die Versuchsergebnisse zumindest qualitativ, dass die Dicke $h_{c,ef}$ der Stahl-Beton-Verbund-Zuggurte die Grenztragfähigkeit der Rückhängung des Teilsystems R mitbestimmt. Dies erscheint auch völlig plausibel durch die Analogie zu Fachwerken: Je dicker die Gurte sind, um besser sind die Diagonalen darin verankert.

5.2.4 Zweifeldbalken unter Gleichlast nach [3] und [4]

Die entsprechenden in [3] und [4] vorgestellten Versuchsbalken weisen alle den gleichen Betonquerschnitt $b * h = 17 * 45 \text{ cm}^2$ und nahezu die gleichen Bewehrungsdurchmesser auf, so dass für näherungsweise Abschätzungen als Mittelwerte $d = 40,3 \text{ cm}$ und $h_{c,ef} = 2 * 4,7 = 9,4 \text{ cm}$ angesetzt werden können. Die angegebenen Würfeldruckfestigkeiten zeigen geringe Abweichungen gegenüber dem Mittelwert von $33,2 \text{ N/mm}^2$ auf, so dass $f_{ctm} = 0,3 * (0,805 * 33,2)^{2/3} = 2,68 \text{ N/mm}^2 = 0,268 \text{ kN/cm}^2$ gesetzt werden kann.

Nach den Gln. (12) und (13) ergeben sich damit die Vertikalkomponenten der Rückhängekräfte R_i und R_0 , die zum Bruch führen, zu

$$V_{Ri} = V_{R0} = 0,87 * 17 * 9,4 * 0,268 = 37,0 \text{ kN.}$$

Die Versuchsbalken können, sofern es sich um Systeme unter Gleichlast mit einem Zwischenaufleger handelt - in drei Gruppen zusammengefasst werden:

a) An ein kurzes Einzelfeld schließt ein längerer, gleichmäßig belasteter Kragarm an. Es handelt sich um die im *Bild 3* wiedergegebenen Balken SV-3.1, SV-3.2, SV-4.1, SV-4.2, SV-5.1 und SV-5.2. Für diese Versuchskörper werden als „Querkrafttragfähigkeit“ Werte zwischen 77,4 und 120,0 kN angegeben.

b) An ein kurzes Feld schließt ein längeres an, das gleichmäßig belastet wurde, wobei am Ende des kurzen Feldes mit einer Presse die Auflagerkraft so eingestellt wurde, dass am mittleren Auflager ein eher kleines Stützmoment entstand; die zugehörigen Risse befinden sich innerhalb eines Ausbreitwinkels von 45° . Dies führte dazu, dass die Balken in der Nähe des Momentennullpunkts versagten, s. *Bild 4*. Es handelt sich um die Balken SV-6(.1) und SV-6.2: Als „Querkräfttragfähigkeit“ werden 128,4 bzw. 104,0 kN genannt.

c) Bei gleichen Systemen wie unter b) wurde die Endauflagerkraft des kurzen Feldes so eingestellt, dass am mittleren Auflager ein größeres Stützmoment entstand; die zugehörigen Risse befinden sich zum Teil auch außerhalb des Ausbreitwinkels von 45° . Dies führte dazu, dass die Balken in der Nähe des mittleren Auflagers versagten. Betroffen sind die Versuchsbalken SV-7.1, SV-7.2 und SV-8. Die „Querkräfttragfähigkeit“ wird mit 50,0 bis 88,1 kN angegeben.

Bezüglich der genannten Tragfähigkeiten fallen in erster Linie die folgenden Punkte auf:

- * Die genannten „Querkräfttragfähigkeiten“ sind deutlich größer, als sie sich aus den Gln. (12) und (13) ergeben - bis zum 3,5-fachen!
- * Sie weisen eine große Streubreite auf; der größte Wert ist etwa 2,5 Mal so groß wie der kleinste.
- * Selbst wenn nicht nur die Geometrie und die Festigkeit, sondern zusätzlich auch noch das Bruchbild sehr ähnlich sind, können sich die genannten „Querkräfttragfähigkeiten“ noch deutlich unterscheiden.

Balken	V_u nach [3] und [4]	V_u korrigiert	V_u [3, 4] / V_u korr.	$V_{u,cal}$	V_u [3, 4] / $V_{u,cal}$	V_u korr. / $V_{u,cal}$
SV-4.1	100,5	83,8	120%	37,0	272%	226%
SV-6.1	128,9	47,0	274%	37,0	348%	127%
SV-7.2	50,0	45,2	111%	37,0	135%	122%
SV-8	88,1	87,2	101%	37,0	238%	236%
SV-6.1 / SV-7.2	258%	104%				
SV-8 / SV-7.2		193%				
SV-4.1 / SV-7.2	201%	185%	alle Ausgangswerte gleich - einschließlich Druckstrebenneigung bzw. gesamter Bruchfigur			

Tabelle 5: Verschiedene Werte einiger Versuchsbalken aus [3] und [4]

Von den in der *Tabelle 5* auszugsweise betrachteten Versuchsbalken ist das Rissbild des Balkens SV-4.1 im *Bild 3* enthalten, das *Bild 4* zeigt den Balken SV-6.1, der in [3] als SV-6 bezeichnet wurde. Die Rissbilder der Balken SV-7.2 und SV.8 aus [4] zeigt das folgende *Bild 20*.

In der *Tabelle 5* werden für die genannten Versuchskörper in einer ersten Spalte die Werte genannt, die in [3] und [4] am Rand des Innenauflegers des belasteten Feldes als Rechenhilfsgröße „Querkräft“ ermittelt und als „Querkräfttragfähigkeit“ bezeichnet wurde.

Diese Bezeichnung unterstellt zum Einen, dass es sich um eine Einwirkung handelt und zum Anderen, dass durch diesen Wert die Tragfähigkeit erschöpft wird. Beides trifft nicht zu: Die Querkräft ist bekanntlich ein Begriff aus der Biegetheorie, wird nach dieser ermit-

telt, hat die Dimension [kNm/m] und gibt die Änderung des Biegemoments pro Längeneinheit an. Selbst wenn die Querkraft eine Einwirkung wäre, könnte sie am Anschnitt des Auflagers keine Tragfähigkeit beschreiben, da keiner der Versuchsbalken in diesem Schnitt die Grenztragfähigkeit erreicht hat.

Wie in den vorliegenden Kapiteln 3 und 4 gezeigt wurde, ist der Versagensquerschnitt durch den Versagensriss gekennzeichnet. Die maßgebenden Größen für die Tragfähigkeit sind die für das Gleichgewicht erforderlichen, geneigten Rückhängekräfte. Deren Vertikal-komponenten sind zahlenmäßig gleich groß wie die Querkraften an der Versagensstelle.

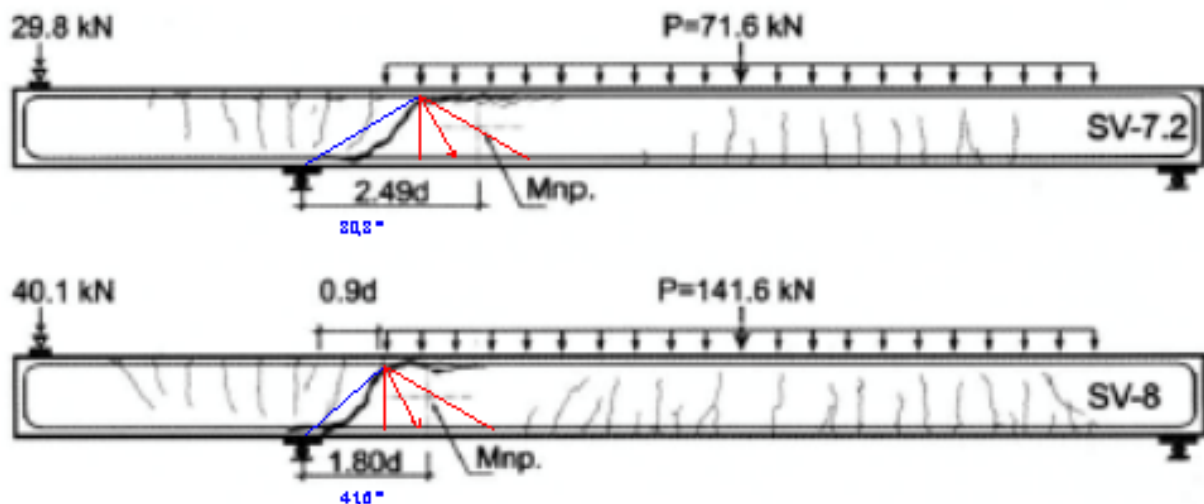


Bild 20: Balken SV-7.2 und SV-8 aus [4] im Bruchzustand

Die Kraft, die die Tragfähigkeit sichert, kann nur diejenige sein, die auf die Bruchstelle einwirkt. Deshalb sind beispielsweise in [2] bei der Auswertung für die gleichmäßig belasteten Balken 11 bis 17 jeweils die Bruchstellen x_u angegeben und (stellvertretend für die tatsächliche Beanspruchung) die dort beim Bruch vorhandene Querkraft V_u (in [2] noch mit Q_u bezeichnet), die zahlenmäßig gleich groß ist wie die Vertikalkomponente der Rückhängekraft.

In [3] und [4] wird stattdessen die für den Bruchzustand rechnerisch am Stützenanschnitt ermittelte Querkraft als „Querkrafttragfähigkeit“ ausgewiesen. In ihr ist außer der Bruchlast auch noch die gesamte Belastung enthalten, die zwischen der Bruchstelle und dem Auflager über Hauptdruckspannungen abgetragen wird und die keinerlei Einfluss auf das Versagen ausübt. Die als „Querkrafttragfähigkeit“ bezeichnete Größe ist deshalb nicht nur in verschiedenen Fällen viel größer als die bruchauslösende Kraft, sondern ist auch noch von der jeweiligen Stützweite abhängig.

In der Tabelle 5 sind deshalb in der Spalte mit der Bezeichnung „ V_u korrigiert“ auf der Basis von näherungsweise ermittelten Ordinaten x_u des Endpunkts des kritischen Stegrisses bzw. des Versagensrisses die Größenordnungen der Stegbruchlasten angegeben. Die in [3] und [4] bezeichneten „Querkrafttragfähigkeiten“ erreichen teilweise das Mehrfache der tatsächlichen Bruchlasten.

Es wurde bereits darauf hingewiesen, dass die in [3] und [4] genannten „Querkrafttragfähigkeiten“ eine große Streubreite aufweisen. Dies gilt nur teilweise auch für auf die tatsächlichen Bruchstellen bezogenen korrigierten Werte von V_u . So erreicht die „Querkrafttragfähigkeit“ des Balkens SV-6.1 258 % des für den Balken SV-7.2 angegebenen Werts. Dagegen unterscheiden sich die korrigierten Bruchlasten nur um 4 %.

Vergleicht man dagegen die korrigierten Bruchlasten der Balken SV-8 und SV-7.2, so stellt man einen Unterschied von fast 100 % fest. In der gleichen Größenordnung unterscheiden sich die Bruchlasten der Balken SV-4.1 und SV-7.2.

Vor diesem Hintergrund ist es wenig überraschend, dass nicht nur die in [3] und [4] angegebenen Bruchlasten, sondern auch die korrigierten Werte durchweg - mal mehr, mal weniger - höher sind als die nach den vorliegenden Gln. (12) und (13) ermittelten Werte. Es ist nicht zu erkennen, wie diese große Streubreite physikalisch zu erklären wäre.

Vergleicht man schließlich noch die Ergebnisse der Versuchsbalken SV-4.1 und SV-7.2, so stellt man fest, dass beide nicht nur die praktisch gleichen geometrischen Abmessungen und Festigkeiten aufweisen, sondern auch noch die gesamte Bruchfigur einschließlich der Druckstrebenneigung zum Auflager hin nahezu identisch sind. Trotzdem unterscheiden sich die angegebenen und auch die korrigierten Tragfähigkeiten etwa mit dem Faktor 2.

Auch die Erklärungen der Verfasser zu den Ergebnissen erscheinen nicht durchwegs überzeugend zu sein. Sie beruhen auf einer Abhandlung nach der Biegetheorie [9], wobei Querkräfte als Einwirkungen behandelt werden und sowohl in [9] als auch in [3] und [4] mehrfach darauf hingewiesen wird, dass auf Grund der Rissbildung und der D-Bereiche die Voraussetzungen für die Anwendung der Biegetheorie nicht erfüllt sind, was aber völlig missachtet wird.

Dies soll an dieser Stelle nur an zwei Beispielen deutlich gemacht werden:

Das vorliegende *Bild 16* zeigt den Verlauf der Hauptspannungen in Folge der Biegerisse im Zustand II.1. Man sieht deutlich, dass sich zwischen den Biegerissen sich kreuzende Zug- und Druckstreben ausbilden, deren Richtungen von den Risstiefen und -abständen bestimmt werden. In jedem Schnitt zwischen den Rissen und in jeder Höhenlage über der Biegezugbewehrung wirken unterschiedliche Hauptspannungen und es ergeben sich unterschiedliche Schubspannungen. In [9] wird jedoch unterstellt, dass in jedem Punkt eines Rissfeldes die gleich große Schubspannung wie in der Nulllinie herrscht. Dies würde aber nur dann zutreffen, wenn in jedem Punkt der Zugzone exakt die gleichen, unter 45 ° geneigten Hauptspannungen wie in der Nulllinie wirksam wären, was auf Grund der Rissbildung natürlich nicht zutrifft.

Ebenso gravierend widersprechen sich die in [9] entwickelte Theorie und die Realität gemäß der vorliegenden Rissbildanalyse für den D_e -Bereich. Nach dem Ansatz in [9] ist dieser Bereich gekennzeichnet durch eine „aufnehmbare Querkraft“ $V_{Rc,0} = 2 * f_{ct} * b * h / 3$. Abgesehen davon, dass es keine „aufnehmbare Querkraft“ (= Rechenhilfsgröße) geben kann, weil sie einerseits keine Einwirkung darstellt und es andererseits in D_e -Bereichen keine Elemente der Biegetheorie gibt, erscheint höchst fragwürdig, warum eine (rechtwinklig zur Tragwerksachse gerichtete) Querkraft gleich groß sein soll wie eine über den gesamten Querschnitt parabelförmig verteilte Längszugkraft - nichts anderes stellt das Produkt „ $2 * f_{ct} * b * h / 3$ “ dar. Wie die vorliegende Rissbildanalyse einschließlich der qualitativen und der quantitativen Überprüfungen in [21,3] belegen, wirkt jedoch im D_e -Bereich die unter 60 ° geneigte Rückhänge-Zugkraft R_e , deren Vertikalkomponente laut Glg. (8) $V_{Re} = f_{ctk} * h_{c,ef} * b$ beträgt. Bei den in [3] und [4] vorgestellten Versuchskörpern ist $h_{c,ef} \approx h / 5$. Der in [9] genannte Wert $V_{Rc,0}$ ist mehr als drei Mal so groß wie V_{Re} . Die Frage ist u. a., in welche Richtung wirkt diese „Kraft“ (längs oder quer) und wie sieht die bei ihrem Erreichen entstehende Bruchfigur aus?

Weitere Fragen, die der Aufsatz [9] aufwirft, sind in [10] zusammengestellt.

6. MÖGLICHKEITEN MINIMIERTER STEGBEWehrUNGEN

Die Herstellung von Bewehrung aus Stahl oder anderen geeigneten Materialien ist energie- und dadurch auch kostenintensiv. Es erscheint daher sowohl aus ökologischen als auch aus sozialökonomischen Gründen sinnvoll, Möglichkeiten zur Minimierung der erforderlichen Bewehrungsmengen zu nutzen.

Mit Hilfe der Rissbildanalyse konnte sehr genau ermittelt werden, wo und unter welcher Belastung unbewehrte Stahlbetonstege versagen. In allen untersuchten Fällen konnten die maßgebenden Versagensrisse nach Lage und Größe eindeutig bestimmt werden. Der naheliegendste Ansatz besteht somit darin, im Bereich der Versagensrisse Bewehrung zur direkten Aufnahme der Rückhängekräfte anzuordnen.

Im *Bild 21* wird für die Rückhängung des durch den kritischen Stegriss entstandenen Teilsystems R im Abstand d von der Achse eines frei drehbaren Endauflagers der Einbau von unter 60° geneigten Schlaufen vorgeschlagen, die unten nicht geschlossen sind, sondern mit abgewinkelten geraden Stabenden in der Ebene der Biegezugbewehrung angeordnet werden. Diese Verankerungslängen sind erforderlich zur Aufnahme der Horizontalkomponenten der geneigten Auflagerkräfte der Teilsysteme R und bieten die Möglichkeit, die Schlaufen an der Längsbewehrung zu befestigen. Dadurch wird für den stabilen Einbau der Rückhängebewehrung keine weitere Montagebewehrung erforderlich. Die Rückhängebewehrung muss nicht - wie bei Bügelbewehrung üblich - nahe an den Seitenflächen der Tragwerke angeordnet werden; sie ist effektiver für die Aufnahme der Umlenkkräfte, wenn sie sich weiter innen, etwa in den Drittels- oder Viertelpunkten der Querschnitte befindet. Durch diese Rückhängebewehrung hängt die Grenztragfähigkeit des Systems nicht mehr von der Betonfestigkeit ab, sondern von der eingebauten Bewehrung. Maßgebend für die Grenztragfähigkeit des Systems ist dann die im Bereich der Wurzel des kritischen Stegrisses liegende Druckzone, die aber gegebenenfalls mit Druckbewehrung verstärkt werden könnte.

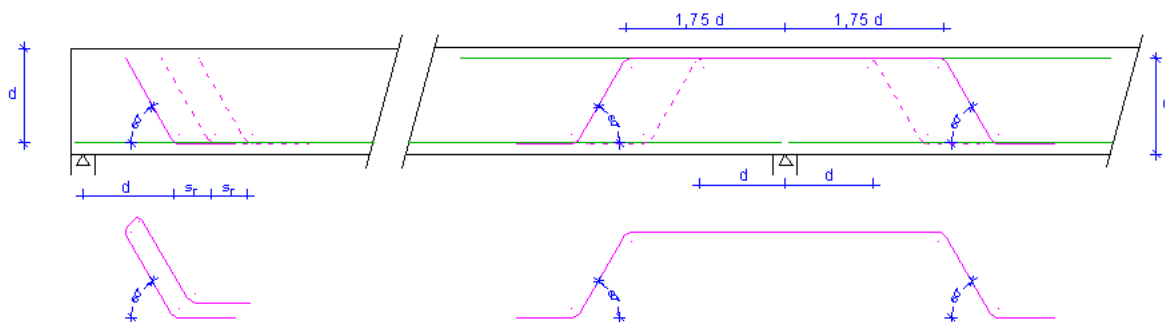


Bild 21: Möglichkeiten für minimierte Stegbewehrungen

Als Variante zu dieser Grundlösung sind beispielhaft im *Bild 21* gestrichelt zwei weitere Schlaufen dargestellt, wobei die Abstände der nunmehr drei Schlaufen untereinander etwa dem erwarteten Rissabstand entsprechen sollte. Dabei ist allerdings zu beachten, dass Bewehrungen, die etwa rechtwinklig zu den Biegezugspannungen verlaufen, den Betonquerschnitt schwächen und sich deshalb die Primärrisse vorzugsweise an der eingebauten Stegbewehrung einstellen. Dies zeigt beispielhaft das im *Bild 22* dargestellte Rissbild des mit Gleichlast belasteten und nur bereichsweise mit Bügeln ausgestatteten Versuchsbalkens R 3 aus [1]: Die Primärrisse sind an den Bügeln entstanden, obwohl dadurch ihr Abstand etwa eineinhalb Mal so groß wurde wie im mittleren Balkenbereich ohne Bügel.

Natürlich kann auch eine andere Anzahl von Schlaufen gewählt werden. Die erforderlichen Querschnitte dieser Stegbewehrung sind nun sinngemäß zum *Bild 2.9* aus [21.1] und dem zugehörigen Text aus dem Momentengradienten zu bestimmen. Die Diagonalzugkräfte sind deutlich kleiner als die Rückhängekraft R_e . Ein kritischer (durchgehender) Stegriss kann sich in diesem Beispiel erst ab dem dritten Rissfeld entwickeln. Ob es ein durchgehender Riss wird, kann nicht ohne Weiteres vorhergesagt werden, da der Biegeriss an dieser Stelle länger ist als direkt neben dem D_e -Bereich; gleichzeitig sind im zugehörigen Rissfeld die diagonal verlaufenden Zugkräfte kleiner. Sicher ist jedoch, dass die Grenztragfähigkeit deutlich zunimmt. Für zuverlässige Aussagen sind entsprechende Versuche unbedingt erforderlich.

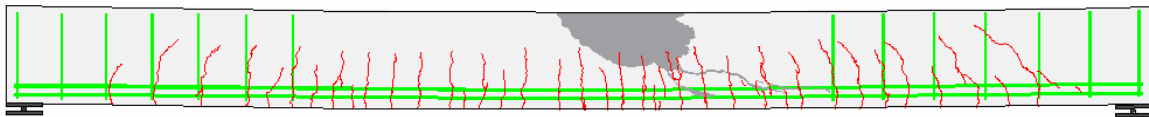


Bild 22: Rissbild des bereichsweise mit Bügeln bewehrten Versuchsbalkens R 3 aus [1]

Die für den Endauflagerbereich vorgeschlagene Schlaufenform für die Rückhängung kann selbstverständlich auch für innen liegende Auflager verwendet werden. Sinnvoll erscheint dies aber lediglich für den Fall, dass nur auf einer Seite des Auflagers eine Rückhängebewehrung erforderlich wird. Im Normalfall dürfte es jedoch zweckmäßig sein, die Rückhängungen auf beiden Seiten des Auflagers miteinander zu verbinden, wie dies im *Bild 21* dargestellt ist. Die Rissbildauswertungen haben gezeigt, dass die rückgehängten Lasten problemlos mit Druckstreben in das Auflager geleitet werden können, die unter 30° geneigt sind. Dies entspricht einem Abstand vom Auflager von $\sqrt{3} \cdot d = 1,73 \cdot d \approx 1,75 \cdot d$.

Eine weitergehende Verstärkung der Grenztragfähigkeit im Bereich von Innenstützen kann natürlich durch die Anordnung weiterer Rückhängebewehrungen erreicht werden. Im *Bild 21* wurde eine solche gestrichelt dargestellt. Leiten sie die Lasten im Abstand d von der Auflagerachse ein, weisen die zugehörigen Druckstreben eine Neigung von 45° auf.

Wie dem vorliegenden Kapitel 4 zu entnehmen ist, kann bei kleinen Stützmomenten der Fall eintreten, dass die Rückhängung im Bereich des Momentennullpunkts versagt. Möchte man dies durch die Anordnung von Bewehrung verhindern, so kann dies sinngemäß zur Darstellung des Endbereichs im *Bild 21* erreicht werden (Rückhängeschlaufe im Abstand d vor dem Momentennullpunkt).

Für die vorgeschlagenen Bewehrungsformen ist zu empfehlen, die Biegeradien möglichst groß zu wählen, um die im Krümmungsbereich auf den Beton wirkenden Druckspannungen nicht unnötig groß werden zu lassen. Bei dokumentierten Versuchen mit Aufbiegungen haben die durch kleine Biegerollendurchmesser unnötig konzentrierten Druckspannungen zu Spaltzugrissen geführt, die die Tragfähigkeit eingeschränkt haben.

Für die hier aufgezeigten Möglichkeiten von minimierten Stegbewehrungen gibt es bisher keinerlei Versuche, insbesondere nicht mit gleichmäßig verteilter Belastung. Auf dem Weg zur allgemeinen Anwendung dieser Möglichkeiten müssten entsprechende Versuche den nächsten Schritt bilden.

7. ZUSAMMENFASSUNG

Der vorliegende Teil 3 der *Stahlbetonanalyse 21* ergänzt den Teil 1 und enthält geringfügige Modifikationen der im Teil 1 vorgestellten Ergebnisse.

Bereits im 1. Teil der *Stahlbetonanalyse 21* [21.1] wurde verschiedentlich darauf hingewiesen, dass die Ergebnisse von Belastungsversuchen unterschiedlich ausfallen für gleichmäßig verteilte Belastungen und Einzellasten und deshalb nicht gleichermaßen als Grundlage für Bemessungsregeln geeignet sind. Da der vorliegende Teil 3 auch eine Überprüfung der erarbeiteten Ergebnisse durch Gegenüberstellung mit Versuchsergebnissen enthält, erschien es zweckmäßig, die festgestellten Unterschiede genauer zu untersuchen.

Auf Grund der einfacheren Versuchsanordnung wird bei Versuchen weit überwiegend die Belastung durch Einzellasten bevorzugt, die aber in der Regel nicht den Gegebenheiten in der Praxis gleichkommt; dort erhalten die Tragwerke meistens gleichmäßig verteilte Belastungen. Entsprechend wurden ausgewählte Versuche getrennt nach der Belastungsart ausgewertet. Weiterhin wurden die dokumentierten Versuchsergebnisse den Stützweiten zugeordnet - zur besseren Vergleichbarkeit vertreten durch die dimensionslosen Größen ℓ / d bzw. a / d (ℓ ist die Stützweite, a der Abstand einer Einzellast vom nächstgelegenen Auflager). Außerdem wurden einfeldrige und mehrfeldrige Systeme getrennt untersucht.

Besonders geeignet für diese Untersuchung sind in [2] mitgeteilte Versuchsergebnisse, da dort u. a. für Einfeldträger bei gleicher Geometrie und Längsbewehrung beide Lastarten aufgebracht wurden. Betrachtet man hiervon zunächst die Versuche mit Gleichlast auf gedrungenen Trägern - also solchen mit $\ell / d \approx < 10$ - so stellt man fest, dass in diesem Bereich die Bruchlast keinesfalls nur vom Querschnitt abhängt, sondern sehr deutlich auch von der Stützweite ℓ bzw. vom Verhältnis ℓ / z . Die Rissbilder belegen, dass die Biegebeanspruchung (aus Gründen des Minimums der Formänderungsarbeit) von der Tragwirkung *Druckbogen mit Zugband* überlagert wird. Obwohl für solche Tragwerke die Bruchlast deutlich größer ist als bei mittlerer Schlankheit, werden sie in der Praxis wie Biegeträger bemessen, was je nach Schlankheit mehr oder weniger stark auf der sicheren Seite liegt.

Mit Gleichlast belastete Tragwerke mittlerer und großer Schlankheit ($\ell / d \approx > 22$) stellen in der Praxis die Standardanwendung dar. Entsprechende Versuche sind daher geeignet, als Bemessungsgrundlage verwendet zu werden. Nach den in [2] beschriebenen Versuchen ist die Grenztragfähigkeit bei großen Schlankheiten nicht mehr abhängig vom Stegtragverhalten, sondern von der Tragfähigkeit der Zug- und Druckgurte.

Ebenso wie bei Gleichlasten gibt es auch beim Ansatz von Einzellasten drei verschiedene Versagensarten, die von der Tragwerksschlankheit abhängen, die bei Einzellasten zweckmäßigerweise durch das Verhältnis a / d ausgedrückt wird. So zeigen die Rissbilder eindeutig, dass bei Schlankheiten < 3 die Einzellasten direkt über geneigte Druckstreben - also Sprengwerke - in die Auflager geleitet werden und die Tragfähigkeit dieser Druckstreben die Grenztragfähigkeit des Systems bestimmt. Mit dem *Bild 6* wird anschaulich gezeigt, dass es in diesem Fall nicht möglich ist, die Grenztragfähigkeit durch die Querkraft (oder eine durch die Querschnittsfläche dividierte Querkraft) zutreffend zu erfassen.

Für Schlankheiten a / d zwischen 3 und 6 zeigt die Rissbildanalyse eindeutig, dass sich bei der Lastabtragung Sprengwerke und Biegebeanspruchung überlagern, ohne dass die jeweiligen Anteile quantifiziert werden können.

Diese Überlagerung ist auch aus gut dokumentierten Versuchen ablesbar, bei denen die jeweiligen Rissstufen der zugehörigen Belastung zugeordnet sind. Damit ist die vereinzelt vertretene Annahme widerlegt, dass die Sprengwerke erst entstehen würden, nachdem die Biegetragwirkung versagt hat. Diese Annahme widerspricht darüber hinaus auch dem Prinzip des Minimums der Formänderungsarbeit.

Bei der Gegenüberstellung der in [2] vorgestellten Versuchsergebnisse mit ansonsten gleichartigen Balken, die sowohl mit paarweise angeordneten Einzellasten als auch mit gleichmäßig verteilter Belastung geprüft wurden, zeigte sich, dass durch das Zusammenwirken von Biege- und Sprengwerkstragwirkung die erreichte Grenztragfähigkeit (ausgedrückt durch V_u) bei Einzellasten beim Abstandsverhältnis $a/d = 3$ ungefähr 50 % größer ist als bei gleichmäßig verteilter Belastung und beim Abstandsverhältnis $a/d = 6$ immer noch 33 %. Das sind überraschend große Unterschiede, die aber in [2] bereits vor mehr als 60 Jahren bekannt gegeben wurden.

Sinngemäß wie bei gleichmäßig verteilter Belastung zeigen auch die in [2] vorgestellten Versuchsergebnisse mit Einzellasten, dass bei großen Schlankheiten ($a/d > 6$) die Stegtragfähigkeit gegenüber der Biegetragfähigkeit nicht mehr maßgebend wird.

In [21.1] wurde gezeigt, wie sich durch das Versagen der diagonal über die Rissfelder verlaufenden Stegzugstreben in bis zu fünf Einzelschritten ein kritischer Stegriss entwickelt. Die Schritte wurden als Zustände II.1 bis II.5 bezeichnet. Dieser kritische Stegriss unterbindet das weitere Zusammenwirken der beiden Teilsysteme, die über bzw. unter diesem Stegriss entstanden sind.

Diese Teilsysteme, die jedes für sich zum Versagen des Tragwerks führen können, wurden in [21.1] als Zustände II.6 und II.7 bezeichnet. Obwohl dort bereits darauf hingewiesen wurde, dass zum Erreichen dieser Teilsysteme nicht zwingend vorher alle Zustände II.1 bis II.5 durchlaufen werden mussten, könnten die Bezeichnungen „Zustände II.6 und II.7“ diesbezüglich irreführend sein. Im vorliegenden Teil 3 der *Stahlbetonanalyse 21* wird deshalb vorgeschlagen, die durch den kritischen Stegriss entstandenen Teilsysteme nach ihrer Tragwirkung *Teilsystem R* (wie Rückhängung) und *Teilsystem S* (wie Sprengwerk oder Druckstreben) zu nennen. Die Tragwirkungen werden mit anschaulichen Zeichnungen erläutert und zahlenmäßig quantifiziert.

Als der Teil 1 der *Stahlbetonanalyse 21* [21.1] erarbeitet wurde, standen dem Verfasser noch keine Versuchsergebnisse zur Verfügung, die das Tragverhalten mehrfeldriger Stahlbetonbalken ohne Stegbewehrung unter gleichmäßig verteilter Belastung im Bereich von Innenstützen gezeigt hätten. In [21.1] wurde daher angenommen, dass sich die Lasteinleitung in Innenstützen analog verhält zur Belastung durch Einzellasten. Inzwischen liegen mit [3] und [4] Versuchsergebnisse vor, die nicht nur bestätigen, dass die angenommene Analogie zutrifft, sondern auch zeigen, unter welcher Bedingung das Stegversagen nicht im Bereich einer Innenstütze, sondern am benachbarten Momentennullpunkt stattfindet. Die Rissbildanalyse zeigt, dass die Grenztragfähigkeit - bestimmt durch die Entstehung des Versagensrisses - in beiden Fällen gleich groß, aber kleiner als an frei drehbaren Endauflagern ist.

Eine weitere Ergänzung des 1. Teils der *Stahlbetonanalyse 21* [21.1] besteht darin, dass der vorliegende Teil 3 auch Überprüfungen der aus der Rissbildanalyse abgeleiteten Ergebnisse aufzeigt - sowohl qualitativ als auch quantitativ. Qualitativ konnte mit Hilfe von FE-Berechnungen, bei denen die bei Versuchen entstandenen Risse modelliert wurden, zunächst gezeigt werden, dass sich in den Rissfeldern tatsächlich sich kreuzende Zug- und Druckdiagonalen einstellen. Auch der D_e -Bereich mit der sich auffächernden Rückhängung des Teilsystems R und dem dadurch ins Gleichgewicht gebrachte Druckbogen zwischen Auflager und Biegedruckgurt konnten bestätigt werden.

Die quantitative Überprüfung zeigt sowohl für Versuchsbalken aus [1] als auch aus [2] eine gute Übereinstimmung mit den mit Hilfe der Rissbildanalyse ermittelten Ergebnissen.

In der vorliegenden *Stahlbetonanalyse 21* konnte erstmals sehr genau ermittelt werden, wo und unter welcher Belastung unbewehrte Stahlbetonstege versagen. In allen untersuchten Fällen konnten die maßgebenden Versagensrisse nach Lage und Größe eindeutig bestimmt werden. Darauf aufbauend konnten Möglichkeiten zur minimierten Stegbewehrung

aufgezeigt werden, die nicht zuletzt aus ökologischen und sozialökonomischen Gründen anzustreben sind.

L I T E R A T U R

- [1] Rojek, R. und Keller, T.: Bewehrung mit hochfestem Verbund, Anlage 2: Balkenversuche. Forschungsbericht des Kompetenzzentrums Konstruktiver Ingenieurbau der Fachhochschule Augsburg, 2006, www.rr21.de.
- [2] Leonhardt, F. und Walther, R.: Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 151, Berlin 1962.
- [3] Tue, N. V.; Ehmann, R. und Tung, N. D.: Schubversuche an Stahlbetonbalken unterschiedlicher M/V-Kombinationen. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 7/2015, S. 446 - 457.
- [4] Tue, N. V.; Ehmann, R.; Betschoga, Ch. und Tung, N. D.: Schubversuche an simulierten Durchlaufbalken ohne Querkraftbewehrung. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 11/2016, S. 738 - 748.
- [5] Baumann, T. und Rüschi, H.: Schubversuche mit indirekter Lasteinleitung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 210, Berlin 1970.
- [7] Reissen, K.; Hegger, J.: Experimental investigations on the shear capacity of RC slabs under concentrated loads - influence of degree of restraint and moment-shear ratio. Proceedings of fib Symposium, Copenhagen, 2015.
- [8] DIN EN 1992-1-1:2011-01 Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [9] Tue, N. V.; Theiler, W.; Tung, N. D.: Schubverhalten von Biegebauteilen ohne Querkraftbewehrung, Beton- und Stahlbetonbau 109 (2014), Heft 10, S. 666 - 677
- [10] Rojek, R.: Zuschrift zu [9], Beton- und Stahlbetonbau 111 (2016), Heft 4, S. 259 - 262
- [21.1] Rojek, R.; Bürklin, A.; Romer, R. und Keller, T.: Stahlbetonanalyse 21; Teil 1: Tragverhalten ohne Stegbewehrung; Forschungsbericht des Kompetenzzentrums Konstruktiver Ingenieurbau der Fachhochschule Augsburg, 2003. www.kki-augsburg.de, www.rr21.de.
- [21.2] Rojek, R. und Keller, T.: Stahlbetonanalyse 21; Teil 2: Tragverhalten mit Stegbewehrung - Grindfälle Forschungsbericht des Kompetenzzentrums Konstruktiver Ingenieurbau der Fachhochschule Augsburg, 2008. www.kki-augsburg.de, www.rr21.de.

B E Z E I C H N U N G E N

- R Rückhängekraft
- S Teilsystem Druckdruckfeld (einhüftiges Sprengwerk)

Im Übrigen s. [21.1].

IMPRESSUM

Prof. Dr.-Ing. Richard Rojek

www.rr21.de



1944	Geboren in Wurzing (Österreich).
1970	Abschluss des Bauingenieurstudiums an der TU Stuttgart.
1970 - 1985	Projektleiter im Ingenieurbüro Leonhardt und Andrä in Stuttgart.
1984	Nebenberufliche Promotion.
1985 - 2010	Professor für Massivbau an der Hochschule Augsburg; freiberufliche Nebentätigkeit, u. a. Forschungsprojekte.
1989 - 2012	Prüfingenieur für Standsicherheit, Fachrichtung Massivbau.
2001 - 2010	Durchführung von Forschungsvorhaben im Rahmen des Kompetenzzentrums Konstruktiver Ingenieurbau an der Hochschule Augsburg;
seit 2010	Privatwissenschaftler.